

Dr.-Ing. Joachim Kretz

Kippstabilität - Spannbetonbinder

Grundlagen zum Nachweis der Kippstabilität nach EC 2

Wirtschaftlich bemessene Spannbettbinder sind meist schlanke Träger mit hoher Vorspannung. Für solche Träger ist das Stabilitätsproblem „Kippen infolge seitlichen Ausweichens des Druckgurtes verbunden mit einer Drehung um die Längsachse“ nachzuweisen. Am Zutreffendsten ist dieses Stabilitätsverhalten als verformungsbeeinflusstes Traglastproblem nach Theorie II. Ordnung zu behandeln. Zur Nachweisführung ist in der Literatur ein entsprechendes Verfahren nach König und Pauli [7] angegeben, dessen Grundlagen nachfolgend vorgestellt und an einem Beispiel erläutert werden.



Bild: Reinhard Mederer, Firmengruppe Max Bögl

Das Problem des Kippens schlanker Träger infolge seitlichen Ausweichens des Druckgurtes, verbunden mit einer Drehung um die Längsachse, wird am zutreffendsten als verformungsbeeinflusstes Traglastproblem nach Theorie II. Ordnung behandelt. Dies erfordert aufwändige nichtlineare Berechnungen unter Berücksichtigung der beanspruchungsabhängigen Steifigkeitsabminderung. Im Ergebnis lassen sich mit nichtlinearen Berechnungen schlanke Spannbetonkonstruktionen nachweisen, die gegenüber den sehr vereinfachten Regeln der DIN EN 1992-1-1 [1] (Abschnitt 5.9) deutlich wirtschaftlichere Ausführungen ermöglichen.

Im ersten Teil des Artikels werden zunächst die wesentlichen Grundlagen zum Nachweis der Kippstabilität nach EC 2 vorgestellt. Die Auswirkungen unterschiedlicher Berechnungs-

ansätze (wie Vorverformungen und Steifigkeiten) werden im Weiteren anhand eines Literaturbeispiels (Spannbetonbinder nach Eurocode 2 der Fachvereinigung Deutscher Betonfertigteilbau e.V.) vorgestellt und kritisch kommentiert. Dazu wird das Literaturbeispiel mit dem BauStatik-Modul U362.de, das die Kippstabilität als verformungsbeeinflusstes Traglastproblem ermittelt, unter den verschiedenen Berechnungsansätzen gegengerechnet und verglichen. Im Rahmen dieses Artikels wird ausschließlich die Kippstabilität des Spannbetonträgers im Endzustand behandelt.

Zu weiteren Grundlagen und Nachweisen im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) und im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) von Spannbetonkonstruktionen wird auf weiterführende Literatur und die entsprechenden Fachartikel in der mb-news 2/2015 [9] und 3/2015 [10] verwiesen.

1 Stand der Normung und Abgrenzung kippgefährdeter Träger

Zur Abgrenzung, ab wann die Kippsicherheit nachzuweisen ist, sind im Abschnitt 5.9 der DIN EN 1992-1-1 Fälle angegeben, bei denen die Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung auf das seitliche Ausweichen vernachlässigt werden darf.

Auf den Kippnachweis darf verzichtet werden, wenn:

- in der **ständigen** Bemessungssituation gilt:

$$\frac{l_{0t}}{b} \leq \frac{50}{\sqrt[3]{h/b}} \text{ und } h/b \leq 2.5 \quad (5.40a)$$
- in der **vorübergehenden** Bemessungssituation gilt:

$$\frac{l_{0t}}{b} \leq \frac{70}{\sqrt[3]{h/b}} \text{ und } h/b \leq 3.5 \quad (5.40b)$$

mit

l_{0t}	Länge des Druckgurtes zwischen seitlichen Abstützungen
h	Gesamthöhe des Trägers im mittleren Bereich von l_{0t}
b	Breite des Druckgurtes

Sofern keine genaueren Angaben vorliegen, ist die Auflagerkonstruktion (z. B. Gabellager, Bild 1) so zu bemessen, dass sie mindestens ein Torsionsmoment $T_{Ed} = V_{Ed} \cdot l_{eff}/300$ aus dem Träger aufnehmen kann.

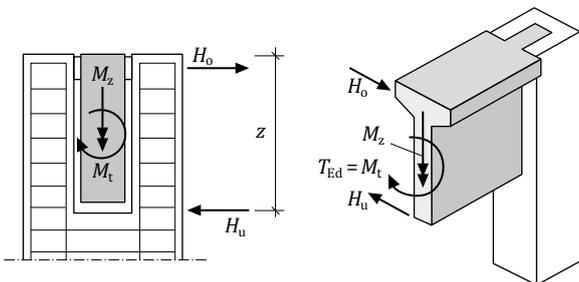


Bild 1. Prinzip eines Gabellagers

Dabei ist l_{eff} die effektive Stützweite des Trägers und V_{Ed} der Bemessungswert der Auflagerkraft rechtwinklig zur Trägerachse.

2 Nachweisverfahren / Konzept

Die Nachweisführung nach EC 2 beruht auf dem semi-probabilistischen Sicherheitskonzept mit getrennten Teilsicherheitsbeiwerten für die Last- und Materialseite. Der Standsicherheitsnachweis ist am verformten System unter γ -fachen Lasten durchzuführen. Auf der Materialseite sind Teilsicherheitsbeiwerte γ_F zu berücksichtigen. Darüber hinaus sind ungewollte Ausmitten anzusetzen. Unter diesen Beanspruchungen wird der Träger auf zweiachsige Biegung und Torsion beansprucht und ist dafür entsprechend nachzuweisen.

Die Spannungs-Dehnungs-Linie für die Schnittgrößenermittlung mit nichtlinearen Verfahren und für die Verformungsberechnungen ist in Bild 3 dargestellt (entspricht Bild 3.2 aus [1]).

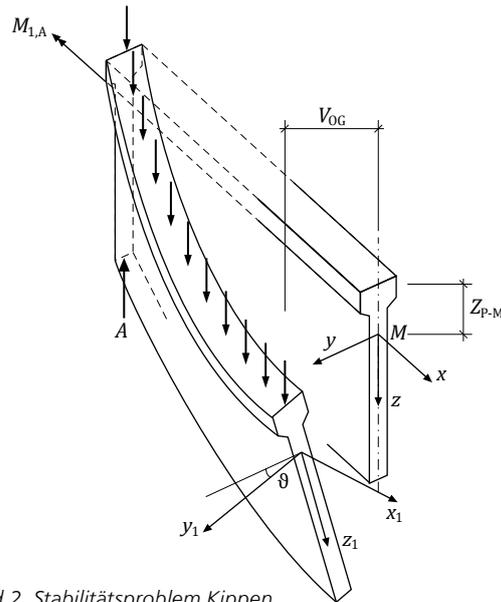


Bild 2. Stabilitätsproblem Kippen

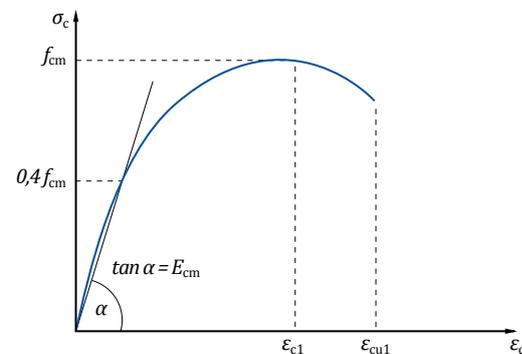


Bild 3. Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons für nichtlineare Verfahren nach [1]

2.1 Ansatz der Vorverformung

Eine Nachweisführung nach Theorie II. Ordnung erfordert die Berücksichtigung von ungewollten Imperfektionen. Nach [7] ist beim Kippnachweis sowohl eine ungewollte Ausmitte e_u als auch eine Querschnitts-Schiefstellung ϑ_u anzusetzen. Dabei kann die Querschnitts-Schiefstellung als konstante Verdrehung über die Trägerlänge (entspricht einer Schiefstellung am Auflager) oder affin zur ersten Eigenform (entspricht einer Querschnittsverwindung entlang der Stabachse) berücksichtigt werden. König und Pauli [7] empfehlen den Ansatz nachfolgender Werte:

- $\max e_u = l/500$ Verlauf gemäß Eigenform
- $\vartheta_u = 0.50 \%$ bei konstantem Verlauf
- $\max \vartheta_u = 0.75 \%$ bei Verlauf gemäß Eigenform

Kriechverformungen sind zusätzlich zu berücksichtigen. Die Ermittlung der Kriechverformungen darf dabei unter 1.0-facher Dauerlast erfolgen.

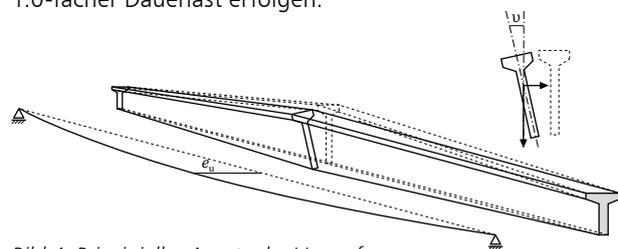


Bild 4. Prinzipieller Ansatz der Vorverformungen

Als Alternative zum o.g. Ansatz von König und Pauli [7] gibt Quast [8] eine Möglichkeit zur Abschätzung der Kriechverformung an. Vereinfachend schlägt Quast vor, auf die Kriechverformungen zu verzichten, aber stattdessen für den Kippnachweis die Vorverformungen um den Faktor 2 zu vergrößern. Dennoch sind Kriechverformungen dann zusätzlich zu berücksichtigen, wenn die Vorverformungen infolge von Kriechwirkungen durch Dauerlasten vergrößert werden. Sofern die Kriechverformungen durch konstruktive Maßnahmen (z.B. seitliche Halterung des Obergurtes) verhindert werden, werden die oben genannten Imperfektionen als ausreichend betrachtet.

2.2 Ansatz der Steifigkeit

Sowohl die Biege- als auch die Torsionssteifigkeit sind unter γ -facher Belastung im Zustand II zu berechnen. Nach [7] darf die Biegesteifigkeit um die schwache Achse näherungsweise an der Druckzone, die sich infolge einachsiger Biegung um die starke Achse einstellt, bestimmt werden. Mit den sich ergebenden Schnittgrößen für zweiachsige Biegung ist diese Näherung jedoch zu überprüfen und gegebenenfalls eine Neuberechnung mit verbesserten Steifigkeiten durchzuführen. Die Torsionssteifigkeit darf ebenfalls am überdrückten Querschnitt, der sich infolge einachsiger Biegung einstellt, bestimmt werden. Nach Meinung des Autors ist dieses Vorgehen aber nur dann näherungsweise richtig, wenn der Querschnitt des Trägers über die Systemlänge konstant ist (in der angegebenen Literatur [7] wird der Querschnitt über die Systemlänge konstant dargestellt). Der Schubmodul ist hierbei mit $G = 0.40 \cdot E_{cm,D}$ zu berücksichtigen.

An dieser Stelle empfiehlt der Autor jedoch die Steifigkeit unter zweiachsiger Biegung sofort numerisch zu ermitteln und zwar unter Berücksichtigung der angeordneten Stahlbeton- bzw. Spannbetonbewehrung und der tatsächlichen Querschnitts- und Systemgeometrie. Dies ist mit einem leistungsfähigen Programm problemlos möglich. Es bildet die Steifigkeit wirklichkeitsnah ab und erfordert keine iterative Neuberechnung mit verbesserten Steifigkeiten. Der große Vorteil eines solchen Verfahrens liegt in der möglichst genauen Ermittlung der Steifigkeit unter zweiachsiger Biegung, bei dem die Steifigkeit durch eine gezielte Bewehrungsanordnung beeinflusst werden kann (z.B. Anordnung von Bewehrungsstäben in den Eckbereichen des Obergurtes).

3 Nachweisverfahren von König und Pauli

Das von König und Pauli vorgeschlagene Nachweisverfahren führt eine Gleichgewichtsbetrachtung am verformten System nach Theorie II. Ordnung unter Ansatz von Imperfektionen durch. Grundlagen des Verfahrens sind:

- Spannungs-Dehnungs-Linien für nichtlineare Berechnungen nach EC 2
- Nichtberücksichtigung von Betonzugspannungen
- γ -fache Belastungen am verformten System
- Vorgabe von Vorverformungen
- Bemessung mit Schnittgrößen nach Theorie II. Ordnung

Der Grundgedanke des Nachweisverfahrens besteht darin, am verformten System einen möglichen Gleichgewichtszustand nachzuweisen. Wird unter Berücksichtigung der oben genannten Grundlagen ein Gleichgewichtszustand gefunden, ist die Systemstabilität gewährleistet und damit der Nachweis der Kippsicherheit erbracht.

Maßgebend für die Nachweisführung ist der Grenzzustand der Tragfähigkeit. Infolge der Belastung und der anzusetzenden Imperfektionen wird der Querschnitt auf zweiachsige Biegung und Torsion beansprucht.

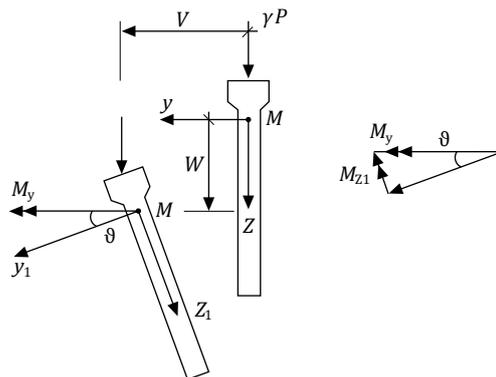


Bild 5. Verformte Lage des Querschnitts an der Stelle x mit Beanspruchung infolge zweiachsiger Biegung

In einer ersten Betrachtung wird der Grenzzustand der Biegetragfähigkeit unter zweiachsiger Biegung bestimmt. Für einen gegebenen Querschnitt kann die Kurve der Grenztragfähigkeit (blau) unter zweiachsiger Biegung entsprechend Bild 6 bestimmt werden.

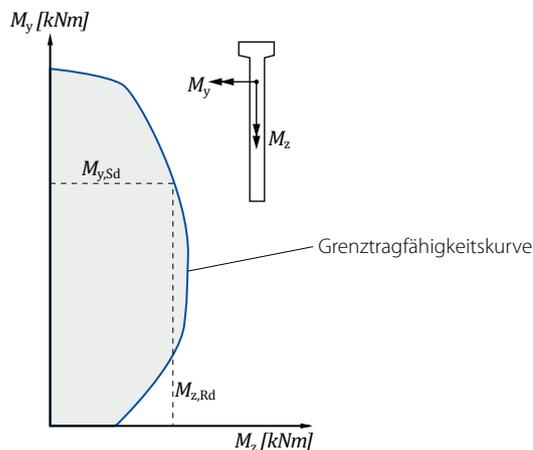


Bild 6. Grenztragfähigkeit für zweiachsige Biegung

Eine ausreichende Tragfähigkeit ist für alle Beanspruchungen M_y/M_z innerhalb der Querschnitts-Tragfähigkeitsgrenzlinie (blau) gewährleistet.

Die zweite Betrachtung berücksichtigt die Torsion. Nach [7] beruht die Abschätzung des größten aufnehmbaren Torsionsmomentes auf folgenden Überlegungen: Das Überschreiten des Torsionsrissmomentes im Auflagerbereich hat einen erheblichen Steifigkeitsabfall zur Folge. Die Steifigkeit fällt auf ca. 5 – 10 % der Steifigkeit im Zustand I ab. Als Grenzbetrachtung stellt sich ein Fließgelenk ein. Ein solcher Zustand würde zum Versagen führen.

Als Konsequenz müsste der Querschnitt dann auch auf Torsion bemessen und konstruktiv entsprechend durchgebildet werden. Für die Praxis ist diese Vorgehensweise jedoch nicht üblich. Es ist vielmehr ein Gleichgewichtszustand nachzuweisen, der ohne zusätzliche Torsionsbewehrung auskommt. Daraus resultiert die Forderung, dass das Torsionsrissmoment im Auflagerbereich nicht zu überschreiten ist. Diesem Grenzzustand ist eine größte mögliche Grenzverdrehung mögl. ϑ_T zugeordnet. Diese Grenzverdrehung ist zu berechnen und bei der Nachweisführung einzuhalten.

Das Torsionsrissmoment kann mit der mittleren Betonzugfestigkeit f_{ctm} und dem Torsionswiderstandsmoment W_t berechnet werden zu:

$$M_{t,R} = f_{ctm} \cdot W_t$$

Eine ausreichende Kippsicherheit lässt sich mit diesem Nachweisverfahren unter Einhaltung des Torsionsrissmomentes und der zweiachsigen Biegetragfähigkeit nachweisen. Dabei kann die Tragfähigkeit durch die gezielte Anordnung von Stahlbetonbewehrung zur Erhöhung der Steifigkeit genutzt werden.

4 Berechnungsbeispiel zur Kippstabilität

Als Beispiel zur Untersuchung der Kippstabilität wird ein in der Literatur „Spannbetonbinder nach Eurocode 2; Bemessung – Erläuterungen – Checkliste“ der Fachvereinigung Deutscher Betonfertigteiltbau e.V. [6] mit allen Nachweisen ausführlich behandelte Spannbetonbinder gewählt.

Es werden zwei Berechnungen des Spannbetonbinders durchgeführt. Um einen direkten Vergleich der Ergebnisse des Kippnachweises mit dem Literaturbeispiel zu erhalten, wird der Spannbetonbinder in einer ersten Berechnung (Berechnung Nr. 1) unter den Annahmen nachgewiesen, die im Literaturbeispiel angesetzt wurden. Hier werden die von Quast angegebenen vereinfachenden Annahmen bezüglich der Berücksichtigung des Kriecheinflusses angesetzt. In einer weiteren Berechnung (Berechnung Nr. 2) erfolgt die Nachweisführung der Kippstabilität nach dem von König und Pauli [7] vorgeschlagenen Nachweisverfahren d.h. ohne Ansatz von Vereinfachungen.

Die wesentlichen Daten des Spannbetonbinders [6] werden nachfolgend kurz zusammengefasst:

Spannbeton-Einfeldträger mit Stützweite $l = 30$ m

Dachneigung $\alpha = 5\% \cong 3^\circ$
 Achsabstand der Binder: $a = 5,50$ m

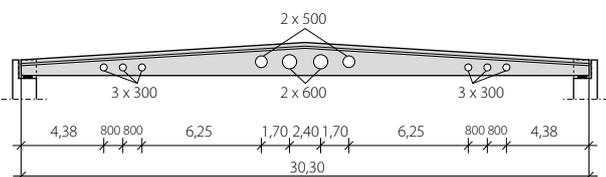


Bild 7. Ansicht und statisches System

Querschnitte

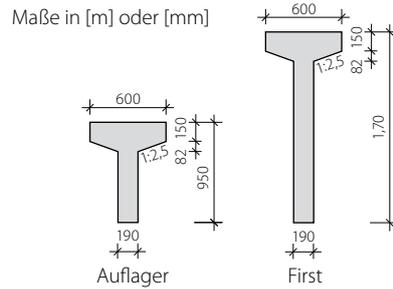


Bild 8. T-Querschnitt am Auflager und First

Baustoffe

- Beton C 50/60
 $f_{ck} = 5.0 \text{ kN/cm}^2, f_{ctm} = 0.41 \text{ kN/cm}^2$
 $E_{cm} = 3700 \text{ kN/cm}^2$
- Betonstahl B500B
 $f_{yk} = 50.0 \text{ kN/cm}^2, E_s = 20000 \text{ kN/cm}^2$
- Spannstahl St 1570/1770
 $f_{pk} = 177.0 \text{ kN/cm}^2, f_{p0.1k} = 150.0 \text{ kN/cm}^2,$
 $E_p = 19500 \text{ kN/cm}^2$

Einwirkungen

- Ständige Einwirkungen
 EG-Träger: $g_{k,1} = 6.50$ bis 10.0 kN/m
 EG-Dachaufbau: $g_{k,2} = 10.80 \text{ kN/m}$
- Veränderliche Einwirkungen
 Schneelast: $q_{k,1} = 4.30 \text{ kN/m}$
 Winddruck: $q_{k,2} = 0.61 \text{ kN/m}$

Übersicht der Einwirkungen

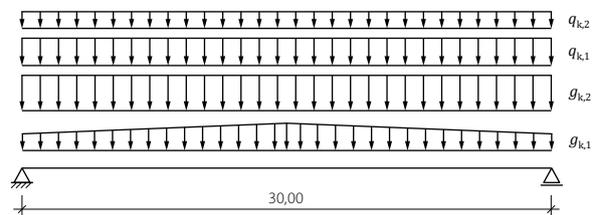


Bild 9. Übersicht der Einwirkungen auf das stat. System

Zusätzlich zu den Querschnittsabmessungen an der maßgebenden Bemessungsstelle (Stelle 1: $x = 11.0$ m) werden die Querschnittsabmessungen an der Stelle 2 ($x = 1.0$ m, ca. Ende der Eintragungslänge) und am Auflager dargestellt.

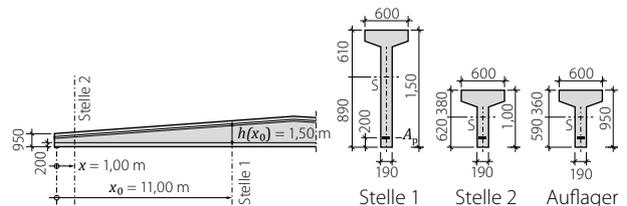


Bild 10. Querschnitte an maßgebenden Stellen im System

Vorverformungen

Für den Nachweis der Kippstabilität sind zunächst die Vorverformungen aus ungewollter Ausmitte und infolge einer Trägerschiefstellung zu ermitteln. Die empfohlenen Vorverformungen nach König und Pauli ergeben sich zu:

- $e_u = l/500 = 30 \text{ m}/500 = 0.06 \text{ m}$
- $\max \vartheta_u = 0.75 \%$ gemäß Eigenform

4.1 Berechnung 1 mit Vereinfachungen nach Alternativverfahren nach Quast

Die Berechnung 1 zum Nachweis der Kippstabilität wird vereinfachend nach einem Vorschlag von Quast durchgeführt.

Die Vereinfachung, die auch im Literaturbeispiel angewendet wird, bezieht sich auf die Nichtberücksichtigung (indirekte Berücksichtigung) des Kriecheinflusses. Um diesen nicht berücksichtigten Einfluss in der Berechnung zu „kompensieren“, werden nach dem Vorschlag von Quast die Imperfektionen mit dem Faktor 2 erhöht. Als Randbedingungen der Berechnung Nr. 1 werden somit berücksichtigt:

Vorverformungen (vereinfachend!)

- $e_u = 2 \cdot l/500 = 2 \cdot 30 \text{ m}/500 = 0.12 \text{ m}$
- $\max \vartheta_u = 2 \cdot 0.75 \% = 1.50 \%$ gemäß Eigenform

Steifigkeiten

- Berücksichtigung der genauen Geometrie des Spannbetonbinders (Satteldachbinder, Stegöffnungen, Bewehrungsanordnung)
- Ermittlung der Steifigkeit auf der Grundlage einer geometrisch und physikalisch nichtlinearen Berechnung
- ohne zusätzliche Berücksichtigung des Kriecheinflusses

Schnittgrößenermittlung

Berechnung nach Theorie II. Ordnung unter Berücksichtigung der anzusetzenden Vorverformungen (geometrisch und physikalisch nichtlineare Berechnung).

System und Querschnitte

Der Spannbetonbinder wird mit insgesamt 22 Spannstahlitzen, die jeweils mit 1000 kN vorgespannt werden, hergestellt (Bild 11).

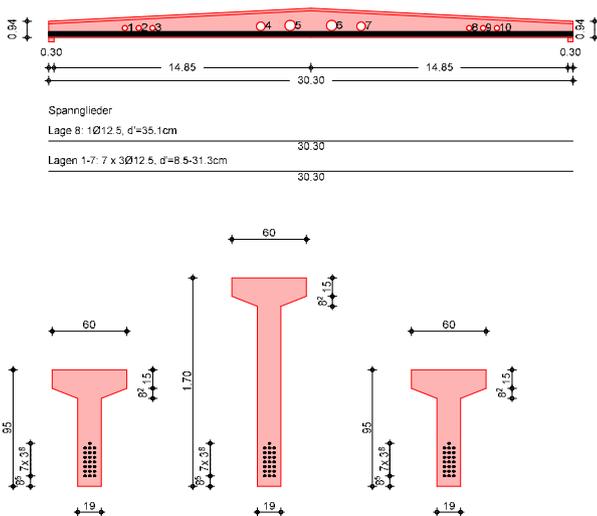


Bild 11. System- und Querschnittsdarstellung

Auswertung / Ergebnisdarstellung

Mit dem BauStatik-Modul U362.de ergeben sich im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) die in Bild 12 angegebenen Schnittgrößenverläufe unter γ -facher Belastung. Es zeigt die Bemessungs-Momentenverläufe des Spannbetonbinders für zweiachsige Biegung und Torsion.

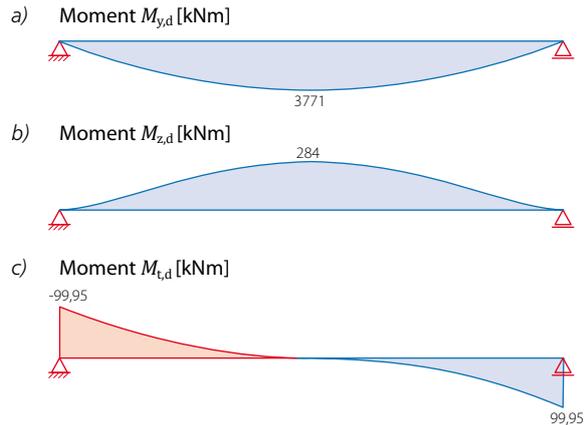


Bild 12. Biege- und Torsionsmomentenverlauf
a) starke Achse $M_{y,d}$
b) schwache Achse $M_{z,d}$
c) Torsion $M_{t,d}$

Grenzbetrachtung zweiachsige Biegung

Die Querschnittstragfähigkeit ist nach DIN EN 1992-1-1, Abschn. 5.8.6 (3) mit den Bemessungswerten der Baustoffeigenschaften zu berechnen. Ist für ein Querschnitt das Tragfähigkeits-Interaktionsdiagramm für zweiachsige Biegung bekannt, so kann für eine vorgegebene Beanspruchung $M_{y,d}$ das zugehörige Grenzmoment $M_{z,Rd}$ bestimmt werden. Für die Stelle $x = 11.0 \text{ m}$ ist in dem Literaturbeispiel das Interaktionsdiagramm M_y/M_z gemäß Bild 13 angegeben.

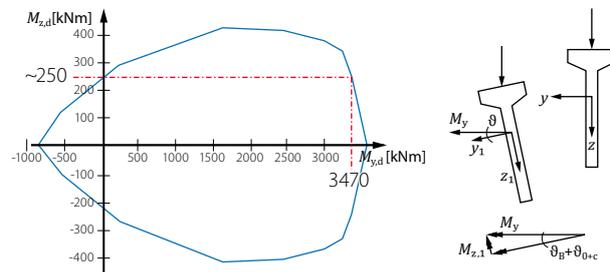


Bild 13. Momenten-Tragfähigkeits-Interaktionsdiagramm M_y/M_z des Querschnitts an der Stelle $x = 11.0 \text{ m}$ nach [6]

Nach [6] ergibt sich das Biegemoment $M_{y,Ed}$ an der Stelle 11.0 m zu ca. 3470 kNm. Liest man aus dem Interaktionsdiagramm zu $M_{y,Ed} = 3470 \text{ kNm}$ das zugehörige Grenzmoment $M_{z,Rd}$ ab, so ergibt sich ein Grenzmoment $M_{z,Rd}$ von ca. 250 kNm.

Das BauStatik-Modul U362.de liefert an der Stelle $x = 11.0 \text{ m}$ eine Biegebeanspruchung $M_{y,Ed}$ von 3484.2 kNm mit einem zugehörigen Grenzmoment $M_{z,Rd} = 258.88 \text{ kNm}$. Die Ausnutzung der Tragfähigkeit unter zweiachsiger Biegung ist damit zu 97 % gegeben. Die maximale Ausnutzung von 98 % ergibt sich mit U362.de an der Stelle $x = 11.85 \text{ m}$.

Die Ausnutzung des Spannbetonbinders unter γ -facher Belastung und zweiachsiger Biegung ist für einige ausgewählte Stellen in der Tabelle 1 dargestellt.

Schnittgrößen im Zustand II, Theorie II. Ordnung						
Ek	x [m]	$M_{y,d}$ [kNm]	$M_{z,d}$ [kNm]	$M_{y,Rd}$ [kNm]	$M_{z,Rd}$ [kNm]	η [-]
3	1.00	474.04	18.42	2200.2	85.47	0.22
3	11.00	3484.2	251.86	3581.4	258.88	0.97
3	11.85	3620.7	263.42	3693.0	268.68	0.98

Tabelle 1. Schnittgrößen und Interaktionsnachweise nach II. Ordnung und Zustand II (ermittelt mit U362.de)

Für zweiachsige Biegung (M_y/M_z) stimmen die Literaturergebnisse somit gut mit den unter den getroffenen Annahmen ermittelten Tragfähigkeiten des Moduls U362.de überein. Laut Literatur ergibt sich das Grenzmoment (abgelesen aus Interaktionsdiagramm) zu etwa 250 kNm während es sich nach genauer Berechnung zu 258.88 kNm einstellt.

Die Beanspruchung infolge Torsion berechnet das Modul U362.de nach Bild 12c. Die maximale Torsionsbeanspruchung am Auflager bestimmt sich danach zu

$$M_{t,Ed} = 99.95 \text{ kNm} \approx 100 \text{ kNm}$$

Im Literaturbeispiel wird die Torsionsbeanspruchung mit $M_{t,Ed} = 101.50 \text{ kNm}$ angegeben. Somit stimmen auch die Beanspruchungen aus Torsion relativ gut überein.

Die Nachweise zur Torsionstragfähigkeit weichen jedoch zwischen Literaturergebnis und berechneter Tragfähigkeit mit U362.de gravierend voneinander ab!

Ausnutzung gemäß Literatur:

$$M_{t,Ed}/M_{t,Rd} = 101.50 \text{ kNm} / 98.40 \text{ kNm} = 1.03 \approx 1.00$$

Tatsächliche Ausnutzung (berechnet mit U362.de) unter den gegebenen Berechnungsannahmen:

$$M_{t,Ed}/M_{t,Rd} = 99.95 \text{ kNm} / 65.26 \text{ kNm} = 1.53 \gg 1.00$$

Die Ergebnisse der mit dem Modul U362.de ermittelten Torsionstragfähigkeiten sind für ausgewählte Stellen in der Tabelle 2 angegeben.

Nachweis Torsionsrissmoment					
Ek	x [m]	M _{Ed} [kNm]	W _t [cm ³]	M _{x,Rd} [kNm]	η [-]
3	0.00	-99.95	15916	65.26	1.53
3	1.00	-88.10	16527	67.76	1.30
3	11.00	-16.53	22509	92.29	0.18

Tabelle 2. Torsionsrissmomententragfähigkeit des Spannbetonbinders (berechnet mit U362.de)

Frage: Warum weichen die ermittelten Ausnutzungen bezüglich der Torsionstragfähigkeit nach Literatur [6] und der Berechnung Nr. 1 so stark voneinander ab?

Während die Torsionsbeanspruchungen (Literatur/Berechnung) von $M_{t,Ed} = 101.50/99.95$ sich nahezu in der gleichen Größe einstellen, unterscheiden sich die Torsionswiderstände $M_{t,Rd}$ jedoch gravierend $M_{t,Rd} = (98.4 \text{ kNm}/65.28 \text{ kNm})$.

Voraussetzung für die Anwendung des Verfahrens zur Kippstabilität (sowohl mit Vereinfachungen nach Quast als auch nach dem Verfahren von König und Pauli) ist, dass der Träger am Auflager im Zustand I verbleibt, d.h. die Zugfestigkeit des Betons f_{ctm} und das Torsionsrissmoment $M_{t,R}$ dürfen nicht überschritten werden!

Das Torsionsrissmoment $M_{t,R}$ ermittelt sich nach DIN EN 1992-1-1 (vgl. Kap. 2.2) zu:

$$M_{t,R(x)} = f_{ctm} \cdot W_{t(x)}$$

Bei gleicher Betonzugfestigkeit f_{ctm} des Spannbetonbinders über die Systemlänge bestimmt das Torsionswiderstandsmoment $W_{t(x)}$ die Größe des Torsionsrissmomentes an jeder Stelle entlang der Systemlänge. Wegen der veränderlichen Höhe des Trägers (Satteldachbinder) entlang des Systems von 0.95 m Höhe am Auflager auf 1.70 m in Feldmitte ($x = 15.0 \text{ m}$) ist das Torsionswiderstandsmoment über die Systemlänge stark veränderlich.

Programmseitig ergibt sich das Torsionswiderstandsmoment am Auflager ($x = 0.00 \text{ m}$) zu ca. 15916 cm³ (siehe Tabelle 2) und damit das Torsionsrissmoment zu $M_{t,R} = M_{t,Rd} = 65.26 \text{ kNm}$. Mit der vorhandenen Torsionsbeanspruchung von 99.95 kNm ist die Torsions-Momententragfähigkeit am Auflager deutlich überschritten.

Die in der Literatur [6] ausgewiesene Torsionstragfähigkeit von $M_{t,R(x=0)} = 98.40 \text{ kNm}$ wird für ein Widerstandsmoment von $W_{t(x=11)} = 24000 \text{ cm}^3$ angegeben. Die angegebene Größe des Widerstandsmomentes von 24000 cm³ tritt näherungsweise an der Stelle der maximalen Ausnutzung (Literatur $x = 11.00 \text{ m}$, Berechnung $x = 11.85 \text{ m}$) auf. Unter der Annahme, dass das Widerstandsmoment an der maximal beanspruchten Stelle im System auch an dem Auflager anzusetzen ist, ermittelt sich eine Ausnutzung von ca. 103 % im Literaturbeispiel.

Nach Meinung des Autors ist diese Annahme einer konstanten Widerstandsgröße über die Systemlänge bei über die Systemlänge veränderlichen Querschnitten grundsätzlich falsch. Diese Annahme widerspricht einer ingenieurmäßigen Denkweise. In Bezug auf den Kippnachweis sollte das Literaturbeispiel überprüft und überarbeitet werden!

Ergebnis: Der Spannbetonbinder ist bzgl. der Kippstabilität nach den vereinfachenden Annahmen von Quast infolge der zu geringen Torsionsrissmomententragfähigkeit im Auflagerbereich nicht ausreichend tragfähig.

4.2 Berechnung 2 nach König und Pauli

Die Berechnung 2 zum Nachweis der Kippstabilität wird unter Berücksichtigung der Randbedingungen, die im Nachweisverfahren von König und Pauli anzuwenden sind, durchgeführt. Dies sind:

Vorverformungen

- $e_u = l/500 = 30 \text{ m}/500 = 0.06 \text{ m}$
- $\max \vartheta_u = 0.75 \%$ gemäß Eigenform

Steifigkeiten

- Berücksichtigung der genauen Geometrie des Spannbetonbinders (Satteldachbinder, Stegöffnungen, Bewehrungsanordnung)
- Ermittlung der Steifigkeit auf der Grundlage einer geometrisch und physikalisch nichtlinearen Berechnung
- mit zusätzlicher Berücksichtigung des Kriecheinflusses

Schnittgrößenermittlung

Berechnung nach Theorie II. Ordnung unter Berücksichtigung der anzusetzenden Vorverformungen (geometrisch und physikalisch nichtlineare Berechnung). System und Querschnitte sind identisch mit denen aus Berechnung 1.

Auswertung / Ergebnisdarstellung

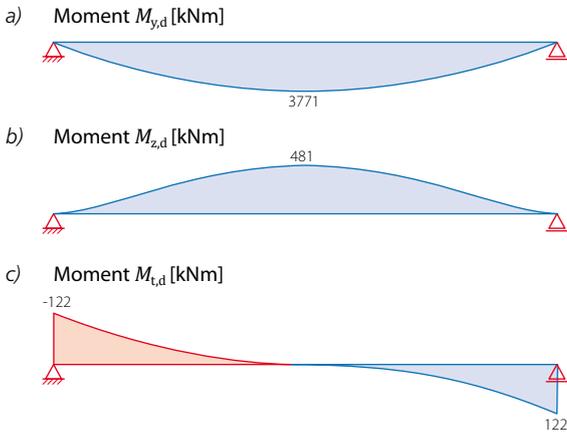


Bild 14. Biege- und Torsionsmomentenverlauf
 a) starke Achse $M_{y,d}$
 b) schwache Achse $M_{z,d}$
 c) Torsion $M_{t,d}$

Die Bilder 14 a - c zeigen die Bemessungs-Momentenverläufe des Spannbetonbinders für zweiachsige Biegung und Torsion unter Berücksichtigung der Berechnungsannahmen nach dem Verfahren von König und Pauli (ohne Vereinfachungen).

Infolge der geringeren Steifigkeiten, verursacht durch die Kriechinflüsse unter Dauerlast, ergeben sich im Vergleich zu Berechnung 1 größere Biegebeanspruchungen um die schwache Achse ($M_{z,Ed}$) und größere Torsionsbeanspruchungen ($M_{t,Ed}$). Unter den geringeren Beanspruchungen in Berechnung 1 ist die Biegetragfähigkeit für zweiachsige Biegung bereits zu 98% ausgenutzt. Infolge der größeren Beanspruchungen aus zweiachsiger Biegung, berechnet nach Theorie II. Ordnung und Zustand II des Betons, sind die Nachweise der Tragfähigkeit unter zweiachsiger Biegung in Berechnung 2 nicht mehr erfüllt. Es kann unter den vorhandenen Beanspruchungen kein Gleichgewichtszustand gefunden werden.

Auch die größeren Torsionsbeanspruchungen (verglichen mit Berechnung Nr. 1) führen zu größeren Ausnutzungsüberschreitungen im Auflagerbereich infolge Torsion. Die Rissmomententragfähigkeit unter Berücksichtigung der Berechnungsgrundlagen des Nachweisverfahrens nach König und Pauli ist in der Tabelle 3 dargestellt.

Nachweis Torsionsrissmoment					
Ek	x [m]	$M_{x,d}$ [kNm]	W_t [cm ³]	$M_{k,Rd}$ [kNm]	η [-]
3	0.00	-121.96	15916	65.26	1.87
3	1.00	-104.16	16527	67.76	1.54
3	11.00	-9.98	22509	92.29	0.11

Tabelle 3. Rissmomententragfähigkeit des Spannbetonbinders (berechnet mit U362.de)

Ergebnis: Unter γ -facher Belastung kann für den Kippnachweis kein Gleichgewichtszustand nachgewiesen werden. Darüber hinaus ist das Torsionsrissmoment im Auflagerbereich deutlich überschritten. Die Kippsicherheit ist nach dem Nachweisverfahren von König und Pauli nicht gewährleistet.

4.3 Vergleich der Berechnungsverfahren zur Kippstabilität

Ein Vergleich der Berechnungsergebnisse zeigt, dass die vereinfachenden Annahmen (ohne zusätzliche Berücksichtigung der Kriechinflüsse) im Alternativverfahren von Quast für die oben beschriebene Spannbetonträgerposition nicht auf der sicheren Seite liegende Ergebnisse liefern. Die Steifigkeitsabminderung infolge von Kriechinflüssen beeinflussen die Schnittgrößen und damit die Tragfähigkeit stärker als die vereinfachende Abschätzung der Vorverformungen mit dem Faktor 2. Wie Quast in seiner Veröffentlichung [8] von 1978 selbst formuliert, sind die vereinfachenden Annahmen nur eine alternative Abschätzung zur Berücksichtigung des Kriechinflusses. Dennoch sind Kriechverformungen nach Quast dann zusätzlich zu berücksichtigen, wenn die Vorverformungen infolge von Kriechwirkungen durch Dauerlasten vergrößert werden. Mit leistungsfähiger Software, die zwischenzeitlich zur Verfügung steht, wie z.B. dem BauStatik-Modul U362.de, ist eine Nachweisführung mit vereinfachenden Annahmen nicht mehr erforderlich und sinnvoll.

Eine Berechnung nach dem Nachweisverfahren von König und Pauli (ohne Vereinfachungen) sollte somit die Grundlage der Beurteilung der Kippstabilität sein.

Dr.-Ing. Joachim Kretz
 mb AEC Software GmbH
 mb-news@mbaec.de

Literatur

- [1] DIN EN 1992-1-1:2011-01, Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
- [2] DIN EN 1992-1-1/NA: 2011-01, Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
- [3] DIN EN 1992-2:2011-01, Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton und Spannbetontragwerken - Teil 2: Betonbrücken – Bemessungs- und Konstruktionsregeln.
- [4] DIN EN 1992-2/NA:2013-04, Nationaler Anhang - National festgelegte Parameter - Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton und Spannbetontragwerken - Teil 2: Betonbrücken – Bemessungs- und Konstruktionsregeln.
- [5] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - Heft 600: Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA, Beuth Verlag 2012
- [6] Fachvereinigung Deutscher Betonfertigteilbau e. V.: Spannbetonbinder nach Eurocode 2, Bemessung Erläuterungen Checkliste. FDB 2013.
- [7] König, G.; Pauli, W.: Nachweis der Kippstabilität von schlanken Fertigteilträgern aus Stahlbeton und Spannbeton. In Beton- und Stahlbetonbau 87 (1992), Heft 5, Ernst & Sohn Verlag, 1992.
- [8] Quast, U.: Verfahrensgerechte Berücksichtigung des Kriechens bei programmgesteuerter Berechnung schlanker Stahlbetonstäbe. Bauingenieur 53 (1978), Seiten 41 – 42.
- [9] Kretz, J.: Spannbetonbau – Spannbettbinder. Teil 1: Grundlagen zum Spannbetonbau nach EC 2. mb-news 2/2015, Mai 2015.
- [10] Kretz, J.: Spannbetonbau – Spannbettbinder. Teil 2: Grundlagen zum Spannbetonbau nach EC 2. mb-news 3/2015, Juli 2015.