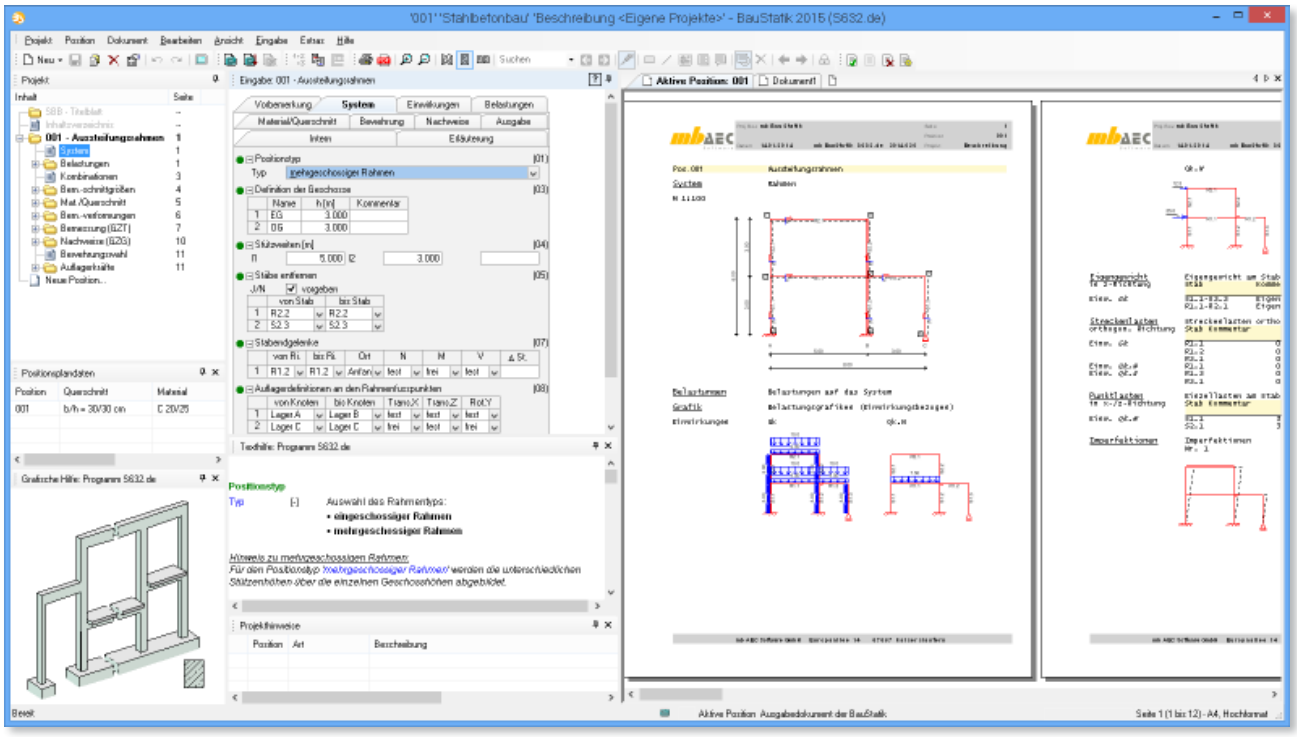
Dipl.-Ing. Sascha Heuß

Zustand II und Theorie II. Ordnung bei Stahlbetonrahmen

Leistungsbeschreibung des BauStatik.ultimate-Moduls U632.de Stahlbeton-Aussteifungsrahmen - EC 2, DIN EN 1992-1-1

Stahlbetonrahmen sind Tragwerke, bei denen das Tragverhalten wesentlich durch die Auswirkungen der Einflüsse nach Theorie II. Ordnung beeinflusst wird. Nach Eurocode 2 müssen bei derartigen Tragwerken die Verformungen unter Berücksichtigung von Rissen, nichtlinearen Baustoffeigenschaften und des Kriechens berechnet werden. Mit dem Modul U632.de können ein- oder mehrstöckige Rahmen unter diesen Voraussetzungen bemessen und nachgewiesen werden.



System

Felder und Geschosse

Die Systemeingabe erfolgt feld- und geschossorientiert. Durch Vorgabe von Feldlängen und Geschosshöhen wird programmseitig ein an den Fußpunkten gelagertes Rahmentragwerk aus lotrechten Stützen und horizontalen Riegeln generiert. Standardmäßig sind die Knotenpunkte biegesteif miteinander verbunden.

Durch anschließende Modifikation dieses Grundsystems kann das Tragwerk den gewünschten Anforderungen angepasst werden. Mögliche Anpassungen sind:

- Entfernen einzelner Stäbe
- Anordnung von Momentengelenken an den Riegelenden
- Änderung der Auflagerbedingungen
- Einfügen zusätzlicher Auflager an beliebigen Knotenpunkten im Tragwerk

Die Nummerierung der Knoten und Stäbe erfolgt hierbei automatisch und systematisch.

Imperfektionen

Allgemeines

Die Schnittgrößenberechnungen nach Theorie II. Ordnung sind unter Berücksichtigung von Imperfektionen durchzuführen. Nach DIN EN 1992-1-1, 5.2 (5) [2] dürfen die Imperfektionen durch Schiefstellung der Stützen berücksichtigt werden. Dabei unterscheidet der Eurocode drei Fälle:

- Auswirkungen auf Einzelstütze
- Auswirkungen auf Aussteifungssystem
- Auswirkungen auf Decken- oder Dachscheiben, die horizontale Kräfte verteilen

Automatische Ermittlung der Imperfektionen

Im Rahmen der automatischen Ermittlung der Imperfektionen werden die Schiefstellung des Gesamtsystems und die Auswirkungen auf die Riegel untersucht.

Neben der Winkelermittlung, unter Berücksichtigung der Stielanzahl und der Gebäudehöhe, wird auch die ungünstigste Wirkungsrichtung der Imperfektionen für jede Kombination untersucht und festgelegt. Dabei werden für das Gesamtsystem und für die Riegel die jeweils ungünstigsten Imperfektionsbilder gesucht. Sollen abweichend hiervon weitere Fälle untersucht werden, können durch manuelle Vorgabe beliebige weitere Imperfektionsfiguren berücksichtigt werden.

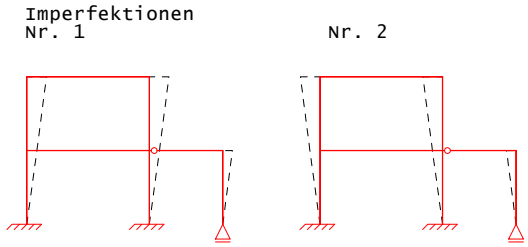


Bild 1. Beispiele für automatisch ermittelte Imperfektionsfiguren

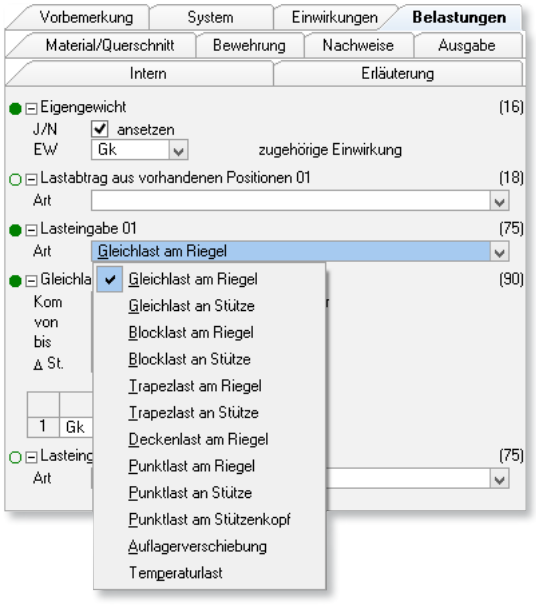


Bild 2. Eingabekatalog Belastungen

Belastungen

Die Belastungseingabe erfolgt für Stützen und Riegel getrennt. Es stehen Punkt-, Linien- und Trapezlasten mit beliebigem Lastangriff und -richtung zur Verfügung. Die Belastung kann optional auch über Stabgrenzen hinweg vorgegeben werden. Neben Momenten und Kraftgrößen ist auch die Eingabe von Auflagerverschiebungen und Temperaturlasten möglich.

Material / Querschnitt

Allgemeines

Für jeden Stab im Tragwerk können die Material- und Querschnittseingaben getrennt vorgenommen werden. Die Trennung der Eingabe von Stützen und Riegeln bietet die Möglichkeit ganze Gruppen von Stäben gleichzeitig zu definieren.

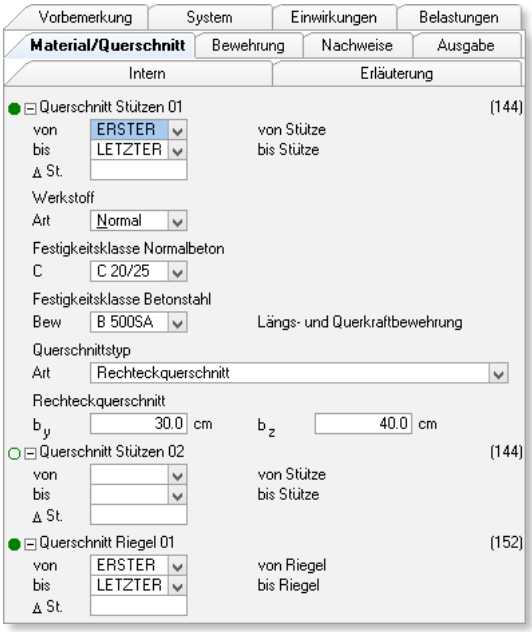


Bild 3. Eingabebeispiel: alle Stützen und alle Riegel mit jeweils gleichen Querschnitten

Material

Es stehen Normal- und Leichtbetone entsprechend DIN EN 1992-1-1 [1] sowie die Betonstähle B500A und B500B in der Materialauswahl zur Auswahl.

Querschnitte

Die Stützen sind stets als Rechteckquerschnitt vorzugeben, für die Riegel stehen Rechteckquerschnitte und Plattenbalkenquerschnitte zur Verfügung.

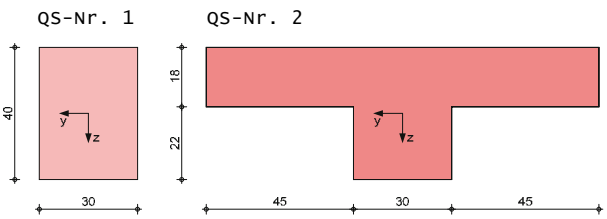


Bild 4. Beispielausgabe Querschnitte

Nichtlineare Berechnung Theorie II. Ordnung

Berechnungsgrundlage

Die Schnittgrößenermittlung erfolgt entsprechend den Vorgaben in DIN EN 1992-1-1, 5.8.6. Dabei werden die Formänderungen auf Grundlage von Bemessungswerten, die auf Mittelwerten der Baustofffestigkeiten beruhen, berechnet.

Für die Bemessung bzw. den Nachweis der Grenztragfähigkeiten werden hingegen die Bemessungswerte der Baustofffestigkeiten in Ansatz gebracht.

Berechnung der Formänderungen

Die Schnittgrößenberechnung nach Theorie II. Ordnung erfolgt am verformten System. Die Berechnung erfolgt iterativ, wobei der Verformungsberechnung eine zentrale Rolle zukommt.

Grundlage für die Verformungsberechnung ist die Kenntnis des Krümmungsverlaufes über die Stablänge. Die Verschiebung eines Punktes an der Stelle *i* lässt sich berechnen zu:

$$w_i = \int \frac{1}{r} \cdot \bar{M} ds$$

mit

w_i	Verschiebung an der Stelle *i*
$\bar{M}$	M-Linie infolge Hilfszustand
$1/r$	Krümmungsverlauf

Für einfache Fälle (Handrechnungen) kann das Integral mittels Kopplungstafeln gelöst werden, um die Verformungen an signifikanten Stellen zu ermitteln. Komplexere Systeme werden nummerisch gelöst, wobei auch hier die Kenntnis des Krümmungsverlaufs entlang der Stabachse Grundlage der Berechnung der Verschiebungen ist.

Krümmungen und Steifigkeiten

Um den Krümmungsverlauf eines Stabes ermitteln zu können, müssen für jeden Punkt der Stabachse die äußeren Schnittgrößen, die Querschnittsabmessungen, die Materialgesetze (Beton und Betonstahl) und die vorhandene Bewehrung bekannt sein.

Aus dem Dehnungszustand, der aus dem Gleichgewicht der inneren und äußeren Schnittgrößen hervorgeht, lässt sich die Krümmung herleiten zu:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{h}$$

mit

ε_1	Dehnung am oberen Querschnittsrand
ε_2	Dehnung am unteren Querschnittsrand
h	Querschnittshöhe

Die Dehnungen sind hierbei vorzeichengetreu einzusetzen (Zug positiv).

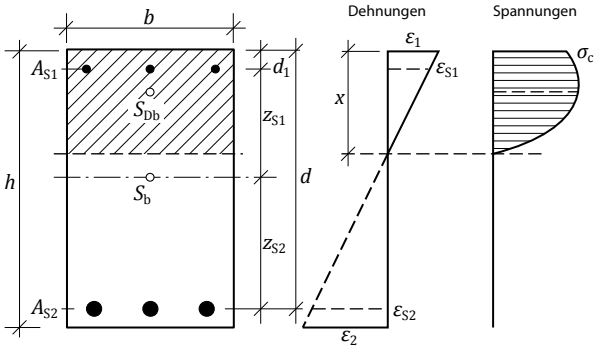


Bild 5. Dehnungszustand Querschnitt

Die Druckspannungsermittlung erfolgt mit der Spannungs-Dehnungs-Linie für nichtlineare Verfahren nach DIN EN 1992-1-1 [1], 3.1.5, wobei die maximale Betondruckspannung zu $f_c = f_{cm}/\gamma_c$ angenommen wird.

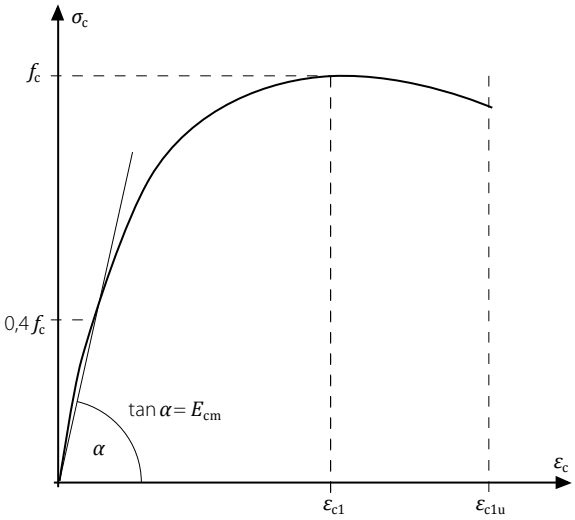


Bild 6. Spannungs-Dehnungs-Linie Stahlbeton gemäß DIN EN 1992-1-1[1]

Der in Bild 6 dargestellte Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen wird durch DIN EN 1992-1-1 [1], Gleichung (3.14) beschrieben:

$$\sigma_c = \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \cdot \eta} \cdot f_c$$

mit

η	$= \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$
ε_{c1}	Stauchung beim Höchstwert der Betondruckspannung f_c
k	$= 1{,}05 \cdot \frac{E_{cm}}{\gamma_{CE}} \cdot \frac{\lvert\varepsilon_{c1}\rvert}{f_c}$
f_c	$= f_{cm}/\gamma_c$

Kriechen

Das Kriechen wird durch Modifikation der oben beschriebenen Spannungs-Dehnungslinie für den Stahlbeton erfasst, indem die Dehnungswerte im Spannungs-Dehnungsdiagramm mit dem Faktor $(1+\varphi_{ef})$ multipliziert werden. Dabei ist φ_{ef} die effektive Kriechzahl nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.4. Die effektive Kriechzahl wird für jede Kombination aus der Endkriechzahl programmseitig ermittelt.

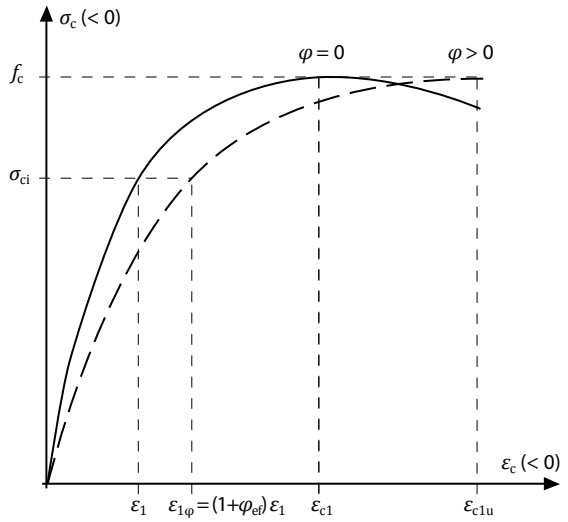


Bild 7. Kriechen nach DIN EN 1992-1-1, 5.8.6 (4)

Das Kriechen wird sowohl im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) als auch im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) berücksichtigt.

Zugversteifung - tension stiffening

Ermittelt man die Verformungen und Schnittgrößen nach dem oben genannten Verfahren, erhält man die Kenngrößen unter der Annahme, dass sich das gesamte Tragwerk im „reinen" Zustand II befindet. Da sich der Beton zwischen den Rissen jedoch am Lastabtrag auf Zug beteiligt, liegen dagegen bei realen Systemen höhere Steifigkeiten vor. Dies kann die Rechenergebnisse sowohl positiv als auch negativ beeinflussen, da die Schnittgrößenverteilung von der Steifigkeitsverteilung (und umgekehrt) abhängt. Für Druckglieder liegt die Vernachlässigung der Zugversteifung im Allgemeinen auf der sicheren Seite. Bei Rahmensystemen sollte die Mitwirkung des Betons auf Zug immer in die Berechnung eingehen.

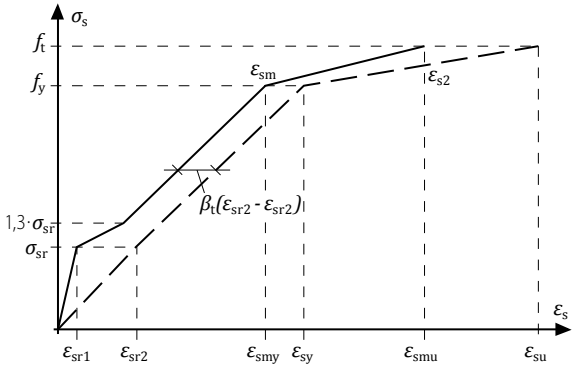


Bild 8. Modifizierte Spannungs-Dehnungs-Linie für den Betonstahl gem. DAfStb-Heft 600 [4]

In DAfStb-Heft 600 [4], Seite 53 ff. wird ein Verfahren beschrieben, mit dem über die Modifikation des Werkstoffgesetzes für den Betonstahl der Effekt des tension stiffening erfasst werden kann. Im Modul U632.de kommt dieses Verfahren zur Anwendung. Die Berücksichtigung des tension stiffening kann zu Kontrollzwecken oder für Grenzwertbetrachtungen auch abgeschaltet werden.

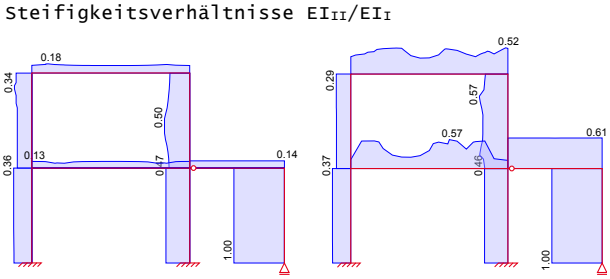


Bild 9. Steifigkeitsverhältnisse ohne und mit tension stiffening

Bewehrungswahl

Allgemeines

Der Bewehrungswahl kommt bei nichtlinearen Berechnungen eine herausragende Bedeutung zu, da Verteilung und Anordnung der Bewehrung Einfluss auf den Schnittgrößenverlauf haben. Es wird sowohl eine automatische Bewehrungsermittlung unter Vorgabe einer Grundbewehrung, als auch eine manuelle Vorgabe der Bewehrung mit anschließendem Nachweis der Tragfähigkeit unterstützt.

Bemessung mit automatischer Ermittlung der erf. Bewehrungsmenge

Zunächst ist die grundsätzliche Anordnung der Bewehrung festzulegen.

Die Anordnungen für die Stützenbewehrung sind:
- in jeder Ecke gleich
- über den Umfang verteilt
- rechts, links gleich (in Rahmenebene)

Die Anordnungen für die Riegel sind:
- oben, unten gleich
- oben, unten ungleich

Danach erfolgen Vorgaben zu den Durchmessern der Grund- und Zulagebewehrung, wobei bei den Stützen davon ausgegangen wird, dass sowohl Grund- als auch Zulagebewehrung über die gesamte Stützenlänge durchlaufen.

Bei den Riegeln besteht zusätzlich die Möglichkeit, Verlegebereiche für die Zulagebewehrung vorzugeben, so dass eine gestaffelte Bewehrungsführung auch rechnerisch erfasst werden kann.

Bewehrung vorgeben

Auch bei der manuellen Vorgabe der Bewehrung bleibt es bei der Gliederung in Grundbewehrung und Zulagen.

Der Unterschied liegt, wie auch bei der automatisch ermittelten Bewehrung in der Staffelung längs der Stabachse. Die Grundbewehrung läuft grundsätzlich über die gesamte Stablänge durch, während die Zulagen über eine Anfangs- und Endkoordinate definiert werden. Es ist also möglich, beliebige Bewehrungsanordnungen sowohl im Querschnitt als auch über die Stablänge vorzugeben.

Nachweise

Nachweise (GZT)

Der Nachweis der Tragfähigkeit und der Stabilität sind erbracht, wenn an allen Stellen des Tragwerks die kritischen Beton- und Stahldehnungen eingehalten sind und im Gesamtsystem noch kein indifferentes Gleichgewicht eingetreten ist. D.h. sofern nach Theorie II. Ordnung Gleichgewicht gefunden wird und eine Bemessung aller Querschnitte möglich ist. Neben dem Nachweis bzw. der Bemessung der Längsbewehrung wird auch die Querkraftbewehrung für alle Stäbe ermittelt. Die Mindestbewehrungen für Längs- und Querkraftbewehrung werden unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Regeln für Balken und Stützen ebenfalls berücksichtigt.

Nachweise (GZG)

Es besteht die Möglichkeit, den Verformungsnachweis auf zwei Arten zu führen:

- **Kopfverschiebung**
  Hier wird die Schiefstellung des Gesamtsystems einem vorgegebenen Grenzwert gegenübergestellt

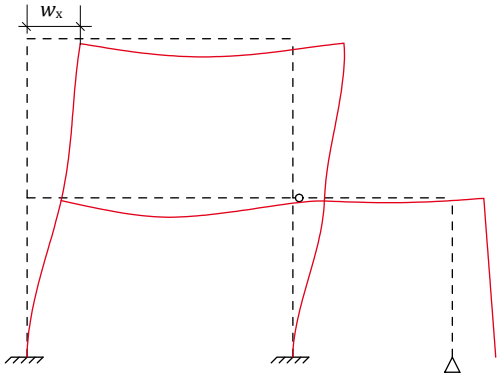


Bild 10. Nachweis Kopfverschiebungen

- **Durchbiegung Einzelstäbe**
  Es wird die Verformung unter Abzug der Knotenverschiebungen einem Grenzwert gegenübergestellt

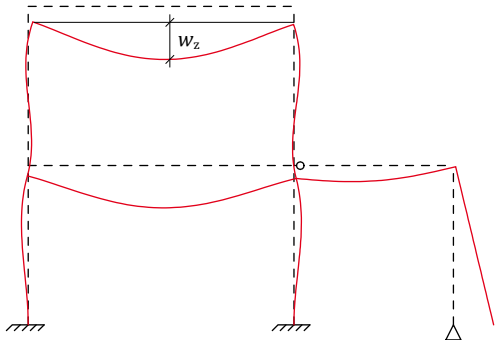


Bild 11. Nachweis Durchbiegung Einzelstäbe

Als Kombinationstypen für die Nachweise im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit stehen die quasi-ständige, die häufige und die seltene Kombination zur Verfügung. Beim Nachweis der Durchbiegung der Einzelstäbe wird sowohl die Endverformung als auch die Differenzverformung zwischen Anfangs- und Endverformung nachgewiesen.

Ausgabe

Es wird eine vollständige, übersichtliche und prüffähige Ausgabe der Nachweise zur Verfügung gestellt. Der Anwender kann den Ausgabeumfang in der gewohnten Weise steuern. Neben maßstabsgetreuen Skizzen werden die Schnittkräfte, Spannungen und Nachweise unter Angabe der Berechnungsgrundlage und Einstellungen des Anwenders tabellarisch und grafisch ausgegeben.

Dipl.-Ing. Sascha Heuß
mb AEC Software GmbH
mb-news@mbaec.de

Literatur

[1] DIN EN 1992-1-1:2011-01, Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.

[2] DIN EN 1992-1-1/NA:2013-04, Eurocode 2: Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter - Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken – Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.

[3] Fingerloos, F.; Hegger, J.; Zilch, K,: Eurocode 2 für Deutschland – DIN EN 1992-1-1 Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetonbauwerken, Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau mit Nationalem Anhang, Kommentierte Fassung. Berlin: Ernst & Sohn; Beuth, 2012.

[4] DAfStb-Heft 600 - Erläuterungen zu DIN EN 1992-1-1 und DIN EN 1992-1-1/NA (Eurocode 2). 1. Auflage, Ausgabe 2012.

Leistungsmerkmale

Theorie II. Ordnung und Zustand II

- nichtlineares Werkstoffverhalten ✓
- Kriechen / Schwinden ✓
- tension stiffening ✓
- Imperfektionen nach EC automatisch ✓

Bewehrungswahl

- automatisch oder vorgegebene Bewehrung ✓

Nachweise (GZT) + (GZG)

- Normalkraft/Biegung ✓
- Querkraft ✓
- Verformungen ✓

! Aktuelle Angebote

U632.de **Stahlbeton-Aussteifungsrahmen - EC 2, DIN EN 1992-1-1:2011-01** **1.199,- EUR**

Leistungsbeschreibung siehe nebenstehenden Fachartikel

Weitere Informationen über die neuen „BauStatik.ultimate-Module“ finden Sie in der mb-news 01/2014 auf Seite 23

Es gelten unsere Allgemeinen Geschäftsbedingungen. Änderungen und Irrtümer vorbehalten. Alle Preise zzgl. Versandkosten und MwSt. – Hardlock für Einzelplatzlizenz je Arbeitsplatz erforderlich (95,- EUR). Folgelizenz-/Netzwerkbedingungen auf Anfrage. – Stand: Januar 2014

Unterstütztes Betriebssystem: Windows 10 (64)

Preisliste: **www.mbaec.de**