

# Betonfundamente ohne Durchstanzbewehrung – Nachweise nach DIN 1045-1 und EN 1992-1-1

Fachartikel von Prof. Dr.-Ing. Alfons Goris, Universität Siegen

Fundamente werden i.d.R. relativ gedungen ausgeführt. Bei unbewehrten Fundamenten ist die Fundamentschlankheit so zu wählen, dass die Hauptzugspannungen die Zugfestigkeit des Betons nicht überschreiten. Wenn die Hauptzugspannung überschritten wird, ist eine Bewehrung anzuordnen und eine Ausführung als Stahlbetonfundament erforderlich. Dabei ist man jedoch bestrebt, eine Ausführung ohne Durchstanzbewehrung zu realisieren. Dies bedingt häufig relativ gedungene Fundamente, bei denen die seitlichen Auskragungen kleiner als die 1,5- bis 2,0-fache Nutzhöhe sind. Hierfür trifft das für Flachdecken gültige Bemessungskonzept nur bedingt zu; zum einen treten bei Fundamenten innerhalb des Durchstanzkegels große Bodenreaktionen auf, zum anderen ist der Durchstanzwinkel deutlich steiler als bei Flachdecken. Die Besonderheiten sollen nachfolgend erläutert werden, wobei nur mittig belastete Fundamente ohne rechnerisch erforderliche Durchstanzbewehrung betrachtet werden.

## 1 Vorbemerkung

Im nachfolgenden Beitrag wird nur der Nachweis der sog. „inneren“ Tragfähigkeit behandelt, d. h. die Stahlbeton-Bemessung. Die „äußere“ Tragfähigkeit nach DIN 1054 wird als gegeben unterstellt.

Die Verteilung der Sohldruckspannungen wird neben der Belastungshöhe durch die Beschaffenheit des Baugrunds (steifer Boden / weicher Boden) und durch die Steifigkeit der Fundamentplatte beeinflusst.

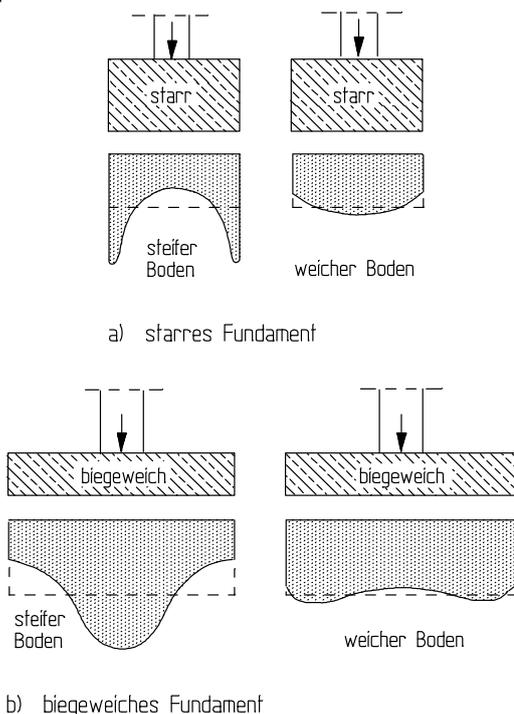


Bild 1. Sohldruckverteilungen des Gebrauchszustands  
a) bei starrem Fundamentkörper und  
b) bei biegeweicher Fundamentplatte (vgl.[1])

Für im Gebrauchszustand üblicherweise auftretende Bodenpressungen zeigt Bild 1 einige typische Sohldruckverteilungen.

Die hier behandelten gedungenen Fundamente können als starr betrachtet werden. Unter geringer Last entsteht eine konkave Spannungsverteilung mit Spannungsspitzen unter den Rändern (nach Boussinesq). Bei einer Laststeigerung bis zum Grenzzustand der Tragfähigkeit ist eine Plastifizierung des Bodens zunächst an den Fundamenträndern zu beobachten und die Spannungen lagern sich zur Fundamentmitte um. Es stellt sich im Grenzzustand der Tragfähigkeit nach Prandtl-Buisman eine konvexe Sohldruckverteilung ein (s. Bild 2); vgl. [2].

Die übliche Berechnung mit einer mittleren Bodenpressung liegt daher im Grenzzustand der Tragfähigkeit i.d.R. auf der sicheren Seite.

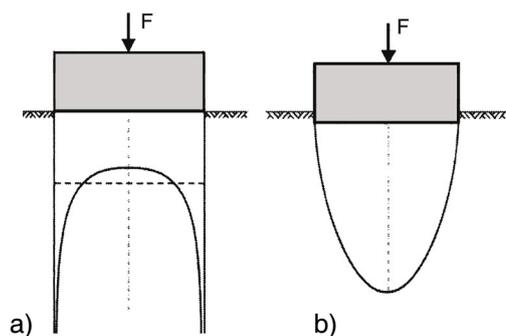


Bild 2. Sohldruckverteilungen für ein starres Fundament  
a) bei geringem Lastniveau  
b) im Grenzzustand der Tragfähigkeit

## 2 Unbewehrte Fundamente

Bei unbewehrten Betonbauteilen darf i. d. R. – ebenso wie bei bewehrten Querschnitten – die Zugfestigkeit des Betons nicht berücksichtigt werden. Gemäß DIN 1045-1, 10.2(2) Fußnote 9 bilden davon jedoch z. B. unbewehrte Fundamente eine Ausnahme. In dem Fall müssen dann die Hauptzugspannungen im Zustand I nachgewiesen werden. Für die Zugfestigkeit gilt der Bemessungswert  $f_{ctd} = f_{ctk;0,05} / \gamma_c$  mit  $\gamma_c$  für unbewehrten Beton, d.h. für die ständige und vorübergehende Bemessungssituation  $\gamma_c = 1,8$ . Die maßgebende Betonzugspannung sollte dabei auf der Grundlage linear-elastischen Verhaltens beispielsweise mittels eines FE-Programms berechnet werden. Für eine Handrechnung und eine direkte Bemessung von Fundamenten fehlen in DIN 1045-1 konkretere Angaben.

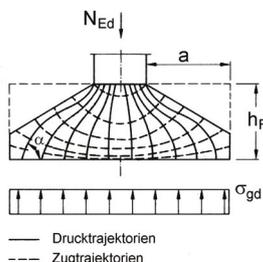


Bild 3. Trajektorienverlauf in unbewehrten Fundamenten

Eine Bemessung und Dimensionierung kann jedoch mit DIN EN 1992-1-1:2005<sup>1)</sup> erfolgen; danach ist die Auskragung  $a$  bzw. das Verhältnis  $h_F/a$  zu begrenzen auf (in [3] wird zusätzlich eine Begrenzung auf  $h_F/a \geq 1$  empfohlen)

$$0,85 \cdot \frac{h_F}{a} \geq \sqrt{3 \cdot \frac{\sigma_{gd}}{f_{ctd,pl}}} \geq 1 \quad (1)$$

mit

- $\sigma_{gd}$  Sohlnormalspannung im Grenzzustand der Tragfähigkeit
- $f_{ctd,pl}$  Bemessungswert der Betonzugfestigkeit  
 $= \alpha_{ct,pl} \cdot f_{ctk;0,05} / \gamma_c$  mit  $\alpha_{ct,pl} = 0,7$  und  $\gamma_c = 1,5$

Gl. (1) lässt sich aus der elastischen Biegetheorie unter Annahme einer linearen Spannungsverteilung herleiten; mit dem Moment  $M = \sigma_{gd} \cdot a^2 / 2$  und dem Widerstandsmoment  $W_c = h_F^2 / 6$  (vgl. Bild 3) erhält man die Biegezugspannung

$$\sigma_{ct} = \frac{M}{W_c} = 3 \cdot \sigma_{gd} \frac{a^2}{h_F^2} \leq f_{ctd,pl} \quad (2)$$

Der Faktor 0,85 berücksichtigt, dass es sich bei dem dargestellten Fall nicht um ein Balkenproblem, sondern um eine Scheibenbeanspruchung handelt.

<sup>1)</sup> Eine Druckfehlerkorrektur von 01.2010 ist zu beachten.

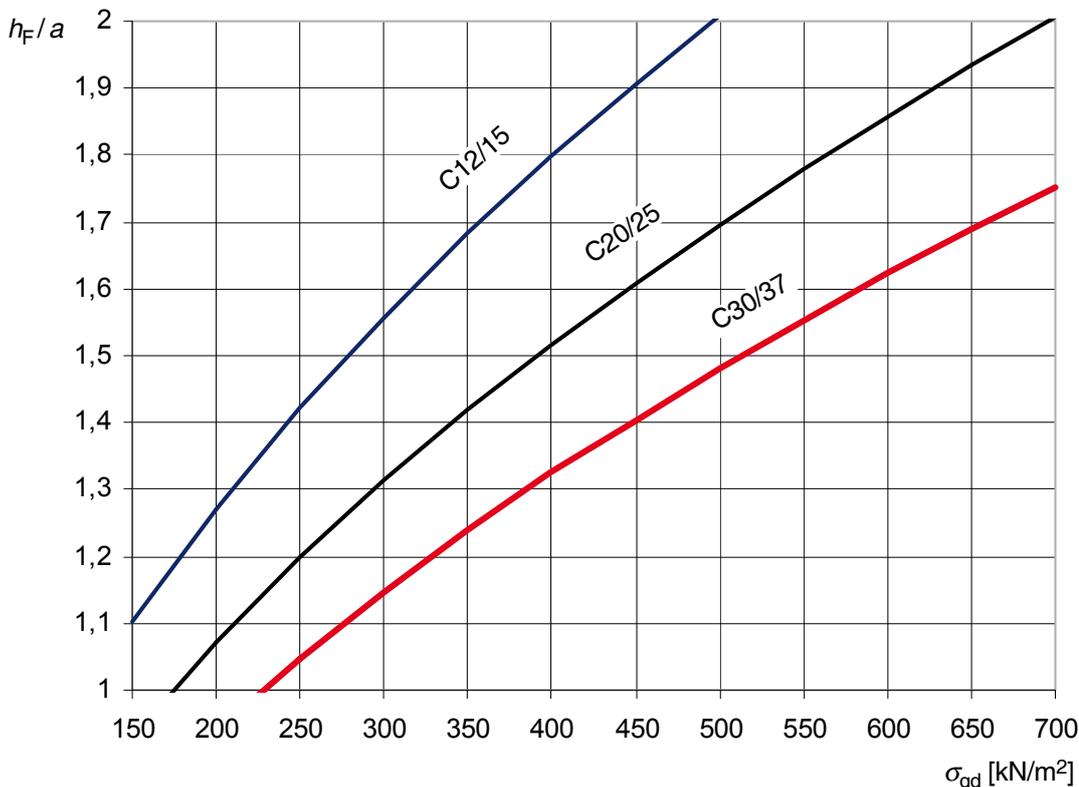


Bild 4. Zulässige Lastausbreitung  $h_F/a$  unbewehrter Streifenfundamente nach EN 1992-1-1:2005

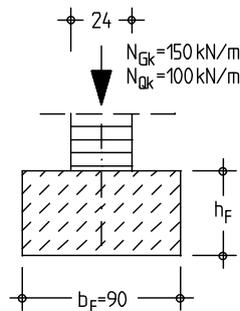
Als Zugfestigkeit gilt nach DIN EN 1992-1-1 und NA (z.Zt. Entwurf) bei unbewehrtem Beton wegen der geringeren Duktilität  $f_{ctd,pl}$  (mit  $\alpha_{ct,pl} = 0,7$ ; s. vorher). Die Bedingungen bzw. die Auswertung von Gl. (1) sind in Bild 4 dargestellt.

Eine Momentenkonzentration unter der Stütze ist bei unbewehrten Einzelfundamenten ggf. zusätzlich zu beachten (vgl. [4]).

Unbewehrter Beton darf rechnerisch nur bis zu einer Festigkeit eines C30/37 berücksichtigt werden. Höhere Festigkeitsklassen ergeben damit rechnerisch keine Tragfähigkeitssteigerung und kommen daher bei unbewehrten Bauteilen nicht zur Anwendung.

**Beispiel (aus [13])**

Gegeben ist ein Streifenfundament mit Belastung aus Eigenlasten  $N_{Gk}$  und Verkehrslasten  $N_{Qk}$ .



Fundamentbreite:  $b_f = 0,90$  m  
 Baustoffe: Beton C12/15  
 Belastung: gem. Skizze

ges.: Erforderliche Fundamentdicke  $h_F$

Bodenpressungen ( $\gamma$ -fach!):

$$\sigma_{gd} = N_{Ed} / b_F$$

$$= (1,35 \cdot 150 + 1,50 \cdot 100) / 0,90 = 392 \text{ kN/m}^2$$

$$\rightarrow (h_F/a)_{erf} \geq 1,78$$

(aus Bild 4 für  $\sigma_{gd} = 392 \text{ kN/m}^2$  und C12/15; alternativ mit Gl. (1))

$$h_{F,erf} \geq 1,78 \cdot a = 1,78 \cdot (0,90 - 0,24) / 2 = 0,59 \text{ m}$$

gew.:  $h_F = 0,60$  m

(Ggf. ist eine größere Gründungstiefe für eine frostfreie Gründung erforderlich.)

**3 Bewehrte Fundamente nach DIN 1045-1**

**3.1 Biegebeanspruchung**

In Fundamentplatten verlaufen die Hauptmomente in Stützennähe radial und tangential. Anstelle dieser Hauptmomente werden jedoch

üblicherweise die Momente  $M_x$  und  $M_y$  parallel zu den Kanten der Fundamentplatte berücksichtigt. Das größte Gesamtbiegemoment je Richtung einer Fundamentplatte mit rechteckigem Grundriss, die durch eine mittig und lotrecht angreifende Stützenlast beansprucht wird, beträgt unter der Annahme gleichmäßig verteilter Bodenpressungen (für die x-Richtung, y-Richtung analog):

$$M_x = N \cdot b_x / 8 \tag{3}$$

und als ausgerundetes Moment bzw. Anschnittmoment

$$M'_x = N \cdot \frac{b_x}{8} \cdot \left(1 - \frac{c_x}{b_x}\right) \tag{Ausrundung}$$

$$M_{x,I} = N \cdot \frac{b_x}{8} \cdot \left(1 - \frac{c_x}{b_x}\right)^2 \tag{Anschnitt}$$

Die Verteilung der Plattenmomente rechteckig zur betrachteten Richtung kann näherungsweise nach Bild 5 erfolgen (aus [5]). Bei gedungenen Fundamenten mit  $c_y / b_y > 0,3$  wird das Gesamtmoment gleichmäßig über die Breite verteilt.

Wird durch die Stütze gleichzeitig ein Biegemoment eingeleitet bzw. ist die Stütze exzentrisch angeordnet, ist das Plattenmoment in entsprechender Weise aus der trapez- oder dreieckförmig verteilten Bodenpressung zu berechnen.

Die Biegezugbewehrung sollte wegen der hohen Verbundspannungen ohne Abstufungen bis zum Rand geführt werden und dort sorgfältig verankert werden, die Betondeckung sollte reichlich gewählt werden; ggf. ist ein Nachweis der Verbundspannungen erforderlich.

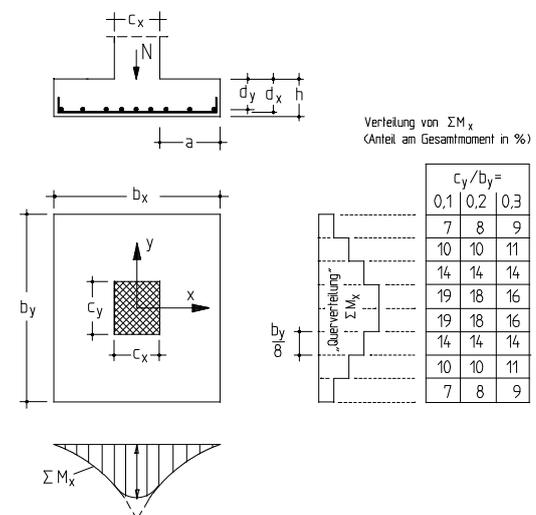


Bild 5. Verlauf der Biegemomente in der betrachteten Richtung und Verteilung rechteckig dazu für ein mittig belastetes rechteckiges Einzelfundament

### 3.2 Durchstanzen

#### 3.2.1 Grundsätzliches

Im Grenzzustand der Tragfähigkeit darf die auf einen kritischen Schnitt bezogene Querkraft  $v_{Ed}$  den Widerstand  $v_{Rd}$  nicht überschreiten. Der Nachweis nach DIN 1045-1 wird nachfolgend für Fundamente ohne Durchstanzbewehrung in Kurzform erläutert.

#### Lasteinleitungsfläche, kritischer Rundschnitt

Die Festlegungen in DIN 1045-1 gelten für Lasteinleitungsflächen  $A_{load}$

- kreisförmige Stützen mit einem Durchmesser  $\leq 3,5d$
- rechteckige Stützen mit einem Umfang  $\leq 11d$  und einem Verhältnis Länge : Breite  $\leq 2,0$
- beliebige andere Formen, die sinngemäß begrenzt sind

mit  $d$  als mittlere Nutzhöhe der Platte.

Der kritische Schnitt wird im Abstand  $1,5d$  vom Rand der Unterstüzung geführt (s. Bild 6).

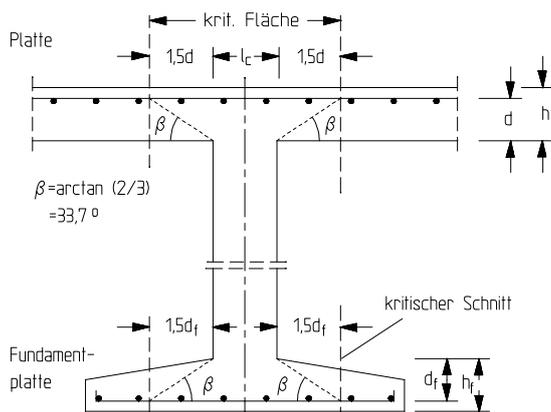


Bild 6. Bemessungsmodell

Die Lasteinleitungsfläche darf sich nicht in der Nähe von anderweitig verursachten Querkraften befinden.

Bei Auflagerungen von Wänden, die die genannten Abmessungen der Lasteinleitungsfläche nicht erfüllen, dürfen nur reduzierte Rundschnitte berücksichtigt werden. Bei Öffnungen in der Nähe der Lasteinleitungsfläche ist ein Teil des Rundschnitts als unwirksam zu betrachten. Ebenso gelten für den kritischen Schnitt in der Nähe von freien Rändern besondere Regelungen (s. a. [13]).

#### Nachweisverfahren

Es ist nachzuweisen, dass die bezogene Querkraft  $v_{Ed}$  den Widerstand  $v_{Rd}$  nicht überschreitet

$$v_{Ed} \leq v_{Rd} \quad (4)$$

Die auf den maßgebenden Schnitt bezogene einwirkende Querkraft  $v_{Ed}$  erhält man aus

$$v_{Ed} = \beta \cdot V_{Ed} / u \quad (5)$$

Es sind

$V_{Ed}$	resultierende Bemessungsquerkraft
$u$	Umfang des jeweils betrachteten Schnitts
$\beta$	Korrekturfaktor zur Berücksichtigung einer nicht rotationssymmetrischen Belastung; bei regelmäßigen unverschieblichen Systemen (bei unregelmäßigen Systemen sind genauere Untersuchungen erforderlich) darf näherungsweise gesetzt werden:
	$\beta = 1,05$ bei Innenstützen
	$\beta = 1,40$ bei Randstützen
	$\beta = 1,50$ bei Eckstützen
	$\beta = 1,20$ bei Wandecken
	$\beta = 1,35$ bei Wandenden

#### Platten und Fundamente ohne Durchstanzbewehrung

Die Durchstanztragfähigkeit wird analog zum Nachweis für Querkraft (Bauteile ohne Querkraftbewehrung) geführt. Allerdings kann aufgrund des mehrachsigen Spannungszustands im Durchstanzbereich die Tragfähigkeit heraufgesetzt werden.

Für Normalbeton erhält man den Bemessungswiderstand  $v_{Rd,ct}$  zu (s. DIN 1045-1, 10.5.4):

$$v_{Rd,ct} = [(0,21/\gamma_c) \cdot \kappa \cdot (100\rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,12 \sigma_{cd}] \cdot d \quad (6)$$

Hierin sind

$$\kappa = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2 \quad (\text{mit } d \text{ in mm})$$

$$d = (d_x + d_y) / 2 \quad (\text{mittlere Nutzhöhe})$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} \leq 0,02 \leq 0,50 \cdot f_{cd} / f_{yd}$$

$\rho_{lx}, \rho_{ly}$  Bewehrungsgrad, jeweils auf die Zugbewehrung in x- und y-Richtung bezogen, die innerhalb des betrachteten Rundschnitts im Verbund liegt und außerhalb des betrachteten Rundschnitts verankert ist

$\sigma_{cd}$  =  $(\sigma_{cd,x} + \sigma_{cd,y}) / 2$   
 Betonnormalspannung innerhalb des kritischen Rundschnitts

$$\sigma_{cd,x} = N_{Ed,x} / A_{c,x}$$

$$\sigma_{cd,y} = N_{Ed,y} / A_{c,y}$$

$N_{Ed,x}$  und  $N_{Ed,y}$  als mittlere Längskraft infolge Last oder Vorspannung (als Druckkraft negativ)

Wenn die Tragfähigkeit  $v_{Rd,ct}$  überschritten wird, ist eine Durchstanzbewehrung anzuordnen. Im Rahmen dieses Beitrages wird hierauf nicht eingegangen.

### 3.2.2 Besonderheit bei Fundamenten

Fundamente sind zum einen dadurch gekennzeichnet, dass im Durchstanzbereich große Bodenpressungen auftreten, die direkt in die Stütze eingeleitet werden und keinen durchstanzerzeugenden Beitrag leisten. Zum anderen werden Fundamente häufig relativ gedungen ausgeführt; hierbei ist dann abweichend von dem Bemessungsmodell nach DIN 1045-1 ein steilerer Neigungswinkel des Durchstanzkegels etwa unter 45° zu beobachten.

Generell sieht DIN 1045-1 zunächst vor, bei Fundamentplatten die Querkraft  $V_{Ed}$  um die günstige Wirkung der Bodenpressung innerhalb der kritischen Fläche abzumindern. Bei einem Bemessungsmodell gemäß Bild 6 mit einem etwa 34° geneigten Durchstanzkegel darf die Resultierende aus den Bodenpressungen jedoch nur zu 50 % angesetzt werden; dadurch wird der steilere, etwa unter 45° geneigte Durchstanzkegel mit einer kleineren kritischen Fläche erfasst. Wie der Darstellung im Bild 7 zu entnehmen ist, wird mit dieser „50%-Regelung“ für baupraktisch übliche Abmessungsverhältnisse das Verhältnis der kritischen Flächen brauchbar erfasst.

#### Alternativer Nachweis

Bei gedungenen Fundamenten mit Auskragungen  $a/d < 1,5$  führt der „Regelnachweis“ nach DIN 1045-1 jedoch nicht mehr zum Ziel und das Bemessungsmodell nach Bild 6 ist nicht mehr direkt anwendbar, da der Stanzkegel dann die Bauteilaußenkante verlässt (vgl. auch Bild 8).

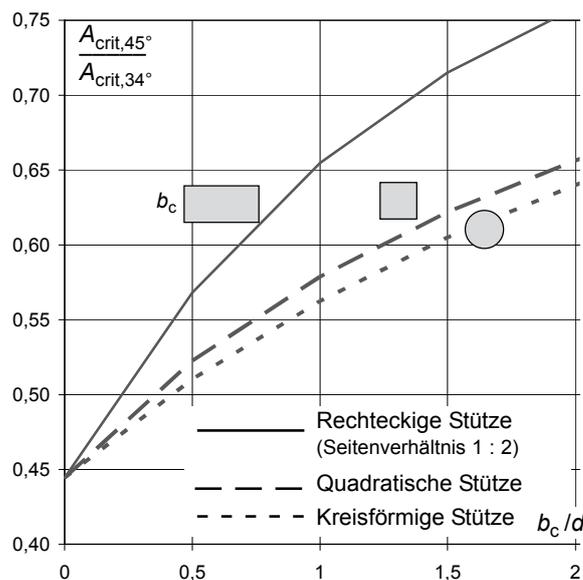


Bild 7. Verhältniswerte der Flächen  $A_{crit,45^\circ} / A_{crit,34^\circ}$  in Abhängigkeit von der Stützenbreite  $b_c$  zur mittleren Nutzhöhe des Fundamentes  $d$

Alternativ ist daher bei Fundamenten und Bodenplatten auch folgende Vorgehensweise zulässig (DIN 1045-1, 10.5.2(14), 10.5.3(4) und 10.5.4(2))

- der kritische Nachweisschnitt wird im Abstand  $1,0d$  vom Auflagertrand geführt
- die Bodenpressungen innerhalb der kritischen Fläche werden zu 100 % abgezogen
- der Tragwiderstand  $v_{Rd,ct}$  nach DIN 1045-1, Gl. (105) wird im Verhältnis der Nachweisschnittlängen erhöht.

Der modifizierte Nachweis für Fundamente und Bodenplatten gestaltet sich zusammenfassend wie folgt:

- *Einwirkung*

$$V_{Ed} = \beta \cdot V_{Ed} / u \quad (7)$$

mit

$V_{Ed}$  Bemessungswert der einwirkenden Querkraft abzgl. der Bodenpressungen in der kritischen Fläche  $A_{crit}$  (ermittelt mit einer Neigung  $\beta_r = 45^\circ$  des Durchstanzkegels)

$u$  Umfang des betrachteten Rundschnitts (bezogen auf  $\beta_r = 45^\circ$ , d. h.  $u = u_{crit,r=1,0d}$ )

- *Tragfähigkeit ohne Durchstanzbewehrung*  
Querkrafttragfähigkeit  $v_{Rd,ct,r=1,0d}$ :

$$v_{Rd,ct,r=1,0d} = k \cdot [(0,21/\gamma_c) \cdot \kappa \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,12 \sigma_{cd}] \cdot d \quad (8)$$

mit

$$k = \frac{u_{crit,r=1,5d}}{u_{crit,r=1,0d}} \geq 1,2$$

(weitere Formelzeichen s. Erl. zu Gl. (6))

Wenn der Nachweis nicht erfüllt ist, ist die max. Tragfähigkeit  $v_{Rd,max}$  zu überprüfen und Durchstanzbewehrung anzuordnen. Auf die Besonderheiten der Nachweisführung wird im Rahmen dieses Beitrages nicht eingegangen.

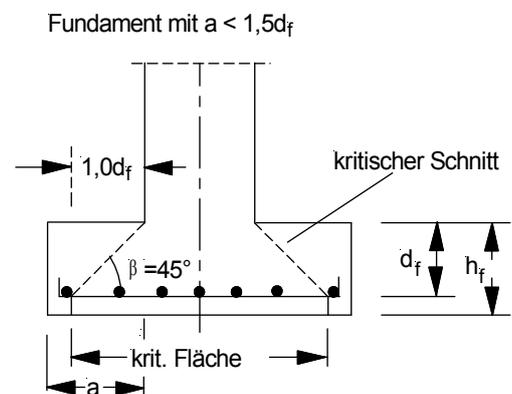


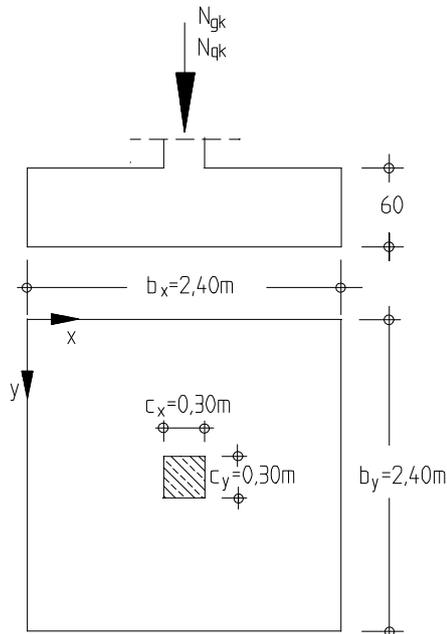
Bild 8. Bemessungsmodell für den Nachweis der Sicherheit gegen Durchstanzen bei gedungenen Fundamenten

### 3.3 Beispiel (entnommen aus [12])

#### Einwirkungen

Das Einzelfundament ist mittig wie folgt belastet:

Eigenlasten  $N_{gk} = 894 \text{ kN}$   
 veränderliche Lasten  $N_{qk} = 639 \text{ kN}$



Abmessungen und Belastung

#### Biegung im Grenzzustand der Tragfähigkeit

##### Bemessungslängskraft

$$N_{Ed} = 1,35 \cdot 894 + 1,50 \cdot 639 = 2165 \text{ kN}$$

##### Bemessungsmoment

Bemessung für das ausgerundete Moment:

$$M_{Ed,x} = N_{Ed} \cdot \frac{b_x}{8} \cdot \left(1 - \frac{c_x}{b_x}\right) \\ = 2165 \cdot \frac{2,40}{8} \cdot \left(1 - \frac{0,30}{2,40}\right) \\ = 568 \text{ kNm}$$

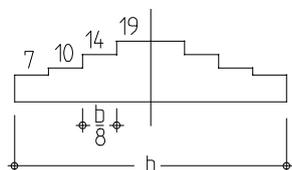
$$M_{Ed,y} = M_{Ed,x}$$

##### Biegebemessung

Die Konzentration der Beanspruchung in Stützen-  
 nähe wird nach DAfStb-Heft 240 berücksichtigt:

$$c_y / b_y = 0,30 / 2,40 = 0,13 \text{ und} \\ c_x / b_x = 0,30 / 2,40 = 0,13$$

Man erhält für beide Richtungen (die Verteilung  
 wird insbes. für die Rissbreitenbegrenzung im  
 Gebrauchszustand empfohlen):



Verteilung  $a_m$  in %  
 vom Gesamtmoment

#### Bemessung

Annahme  $d_x \approx 54 \text{ cm}$  (1. Lage)  
 $d_y \approx 52 \text{ cm}$  (2. Lage)

Die Bemessung erfolgt nur für die stärker bean-  
 spruchte y-Richtung

$$M_{Eds} = 0,19 \cdot M_{Ed,y} = 0,19 \cdot 568 = 107,9 \text{ kNm}$$

$$\mu_{Eds} = \frac{M_{Eds}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{107,9 \cdot 10^{-3}}{(2,40/8) \cdot 0,52^2 \cdot (0,85 \cdot 30/1,5)} \\ = 0,0782$$

$$\rightarrow \omega = 0,817; \zeta = 0,96$$

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{sd}} \\ = 0,0817 \cdot (240/8) \cdot 52 \cdot \frac{0,85 \cdot 30/1,5}{435} = 4,98 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,tot} = 4,98 / 0,19 = 26,2 \text{ cm}^2$$

Die Bewehrung wird genähert, wie zuvor darge-  
 stellt, verteilt und mit Blick auf den Durchstanz-  
 nachweis großzügig gewählt.

gew.: in Fundamentmitte 12  $\emptyset 16$  - 10 cm  
 außen 2  $\times$  4  $\emptyset 16$  - 15 cm

##### Gesamtbewehrung in x-Richtung

$$A_{s,tot} = 4,78 / 0,19 = 25,2 \text{ cm}^2$$

#### Durchstanzen - Mindestbiegezugbewehrung

Für den Durchstanznachweis müssen die Mo-  
 mente  $m_{Edx}$  und  $m_{Edy}$  je Längeneinheit nach  
 DIN 1045-1, Abschnitt 10.5.6 nachgewiesen  
 werden.

$$m_{Edx} = m_{Edy} \geq \eta \cdot V_{Ed}$$

$$\eta = 0,125 \text{ (Innenstütze; DIN 1045-1, 10.5.6)} \\ V_{Ed} = 2165 \text{ kN}$$

$$m_{Edx} = m_{Edy} = 0,125 \cdot 2165 = 270,6 \text{ kNm/m}$$

$$\mu_{Eds} = \frac{m_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{270,9 \cdot 10^{-3}}{1,0 \cdot 0,53^2 \cdot (0,85 \cdot 30/1,5)} \\ = 0,0567$$

(Nachweis näherungsweise mit  $d = d_m$ )

$$\rightarrow \omega = 0,0586$$

$$a_{sy} = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{\sigma_{sd}} = 0,0586 \cdot 100 \cdot 53 \cdot \frac{0,85 \cdot 30/1,5}{435} \\ = 12,1 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Die gewählte Bewehrung ist ausreichend, es sind  
 im „inneren“ Bereich 20,1  $\text{cm}^2/\text{m}$  ( $\emptyset 16$  - 10)  
 vorhanden; auch im Randbereich ist der Nachweis  
 mit 13,4  $\text{cm}^2/\text{m}$  ( $\emptyset 16$  - 15) noch erfüllt.

#### Nachweis gegen Durchstanzen

##### Lasteinleitungsfläche

Die Lasteinleitungsfläche  $A_{load}$  muss folgende  
 Bedingungen erfüllen:

$$c_x / c_y \leq 2 \rightarrow 0,30 / 0,30 = 1,0 < 2$$

$$u_{load} \leq 11d \rightarrow 4 \cdot 0,30 = 1,2 \text{ m} < 11 \cdot 0,53 = 5,83 \text{ m}$$

„Standard“-Nachweis

Die Bemessungsquerkraft wird auf den kritischen Rundschnitt  $u_{crit;1,5d}$  bezogen. Dabei darf die Querkraft  $V_{Ed}$  **zu 50 %** um die günstige Wirkung aus den Bodenpressungen innerhalb der kritischen Fläche  $A_{crit;1,5d}$  abgemindert werden:

$$v_{Ed} = V_{Ed} \cdot \beta / u$$

$$V_{Ed} = N_{Ed} - \sigma_0 \cdot 0,5 A_{crit}$$

$$\sigma_0 = N_{Ed} / A = 2,165 / (2,4 \cdot 2,4) = 0,376 \text{ MN/m}^2$$

$$A_{crit} = 0,3 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,3 \cdot 0,80 + \pi \cdot 0,80^2 = 3,06 \text{ m}^2 \quad (\text{s.u.})$$

$$V_{Ed} = 2,165 - 0,5 \cdot 0,376 \cdot 3,06 = 1,590 \text{ MN}$$

$$\beta = 1,05$$

$$u = u_{crit} = 2 \cdot (0,30 + 0,30) + 2 \cdot \pi \cdot 0,80 = 6,23 \text{ m (s. u.)}$$

$$v_{Ed} = 1,590 \cdot 1,05 / 6,23 = 0,268 \text{ MN/m}$$

Aufnehmbare Querkraft (Widerstand)  $v_{Rd,ct}$  ohne Anordnung einer Durchstanzbewehrung

$$v_{Rd,ct} = (0,21/\gamma_c) \cdot \kappa \cdot (100 \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot d \quad (\text{für } \sigma_{cd} = 0)$$

$$\kappa = 1 + (200/d)^{0,5} = 1 + (200/530)^{0,5} = 1,61$$

$$f_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2 \quad (\text{C30/37})$$

$$\rho_l = (\rho_{lx} \cdot \rho_{ly})^{0,5}$$

Im Bereich der kritischen Fläche sind auf der Breite  $b_{crit}$  vorhanden

$$b_{x,crit} = 1,90 \text{ m:}$$

$$16 \text{ } \varnothing 16 \rightarrow \rho_{ly} = 32,2 / (190 \cdot 52) = 0,00326$$

$$b_{y,crit} = 1,90 \text{ m:}$$

$$16 \text{ } \varnothing 16 \rightarrow \rho_{lx} = 32,2 / (190 \cdot 54) = 0,00314$$

$$\rho_l = (0,00326 \cdot 0,00314)^{0,5} = 0,0032$$

$$d = d_m = 0,53 \text{ m}$$

$$v_{Rd,ct} = (0,21/1,5) \cdot 1,61 \cdot (0,32 \cdot 30)^{1/3} \cdot 0,53 = 0,254 \text{ MN/m}$$

Nachweis

$$v_{Ed} = 0,268 \text{ MN/m} > v_{Rd,ct} = 0,254 \text{ MN/m}$$

⇒ Nachweis **nicht** erfüllt  
(über 5 % Überschreitung)

Alternativer Durchstanznachweis

Die Bemessungsquerkraft wird auf den kritischen Rundschnitt  $u_{crit;1,0d}$  bezogen. Dabei darf die Querkraft  $V_{Ed}$  **zu 100 %** um die günstige Wirkung aus den Bodenpressungen innerhalb der kritischen Fläche  $A_{crit;1,0d}$  abgemindert werden

$$v_{Ed} = V_{Ed} \cdot \beta / u$$

$$V_{Ed} = N_{Ed} - \sigma_0 \cdot 1,0 A_{crit;1,0d}$$

$$\sigma_0 = N_{Ed} / A = 2,165 / (2,4 \cdot 2,4) = 0,376 \text{ MN/m}^2$$

$$A_{crit} = 0,3 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,3 \cdot 0,53 + \pi \cdot 0,53^2 = 1,61 \text{ m}^2 \quad (\text{s.u.})$$

$$V_{Ed} = 2,165 - 1,0 \cdot 0,376 \cdot 1,61 = 1,559 \text{ MN}$$

$$\beta = 1,05$$

$$u = u_{crit} = 2 \cdot (0,30 + 0,30) + 2 \cdot \pi \cdot 0,53 = 4,53 \text{ m (s. u.)}$$

$$v_{Ed} = 1,559 \cdot 1,05 / 4,53 = 0,361 \text{ MN/m}$$

Aufnehmbare Querkraft (Widerstand)  $v_{Rd,ct}$  ( $v_{Rd,ct}$  wird mit dem Faktor  $k$  erhöht):

$$v_{Rd,ct,r=1,0d} = k \cdot v_{Rd,ct,r=1,5d}$$

$$k = (u_{crit,r=1,5d} / u_{crit,r=1,0d}) \geq 1,2 = 6,23 / 4,53 = 1,38$$

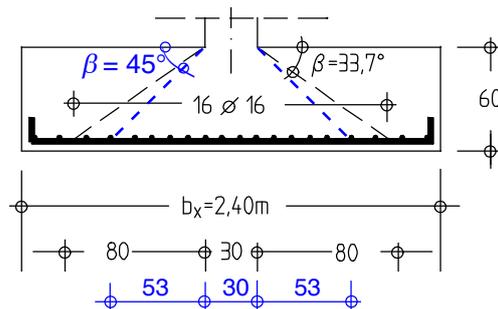
$$v_{Rd,ct,r=1,5d} = 0,254 \text{ MN/m (wie vorher)}$$

$$v_{Rd,ct,r=1,0d} = 1,38 \cdot 0,254 = 0,350 \text{ MN/m}$$

Nachweis

$$v_{Ed} = 0,361 \text{ MN/m} > v_{Rd,ct} = 0,350 \text{ MN/m}$$

⇒ Nachweis (knapp) **nicht** erfüllt  
(ca. 3 %ige Überschreitung)



Kritische Umfänge  $u_{crit}$  bzw. Abstände  $a_{crit}$  und vorhandene Bewehrung im Bereich von  $u_{crit}$

für  $\beta_r = 33,7^\circ$   
für  $\beta_r = 45^\circ$

## 4 Bewehrte Fundamente nach DIN EN 1992-1-1

### 4.1 Grundsätzliches

Ebenso wie DIN 1045-1 wird auch im EC 2 im Grenzzustand der Tragfähigkeit die auf einen kritischen Schnitt bezogene Querkraft  $v_{Ed}$  dem Widerstand  $v_{Rd}$  gegenüber gestellt. Die Festlegungen in EN 1992-1-1 gelten für Lasteinleitungsflächen  $A_{load}$  bei

- rechteckige und kreisförmige Stützen mit einem Umfang  $\leq 12d$  und einem Verhältnis Länge zu Breite  $\leq 2,0$
- beliebige andere Formen, die sinngemäß begrenzt sind.

Der kritische Schnitt wird im Regelfall – abweichend von DIN 1045-1 – im Abstand  $2,0d$  vom Rand der Unterstüzung geführt. Gemäß DIN EN 1992-1-1, 6.4.2(2) sind jedoch Rundschnitte in einem Abstand  $< 2d$  zu berücksichtigen, wenn der konzentrierten Last ein hoher Druck (z. B. Bodenpressung auf das Fundament) entgegensteht; hierfür fehlen konkretere Angaben.

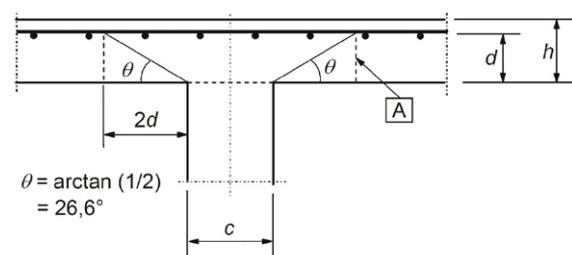


Bild 9: Bemessungsmodell nach DIN EN 1992-1-1

### Generelles Nachweisverfahren

Es ist nachzuweisen, dass die bezogene Querkraft  $v_{Ed}$  den Widerstand  $v_{Rd}$  nicht überschreitet

$$v_{Ed} \leq v_{Rd} \quad (9)$$

Die auf den maßgebenden Schnitt bezogene einwirkende Querkraft  $v_{Ed}$  erhält man aus

$$v_{Ed} = \beta \cdot V_{Ed} / (u_i \cdot d) \quad (10)$$

Es sind

- $V_{Ed}$  resultierende Bemessungsquerkraft
- $u_i$  Umfang des jeweils betrachteten Schnitts
- $d = (d_x + d_y) / 2$  (mittlere Nutzhöhe)
- $\beta$  Korrekturfaktor zur Berücksichtigung einer nicht rotationssymmetrischen Belastung; bei regelmäßigen unverschieblichen Systemen darf näherungsweise gesetzt werden:
  - $\beta = 1,10$  bei Innenstützen<sup>1)</sup>
  - $\beta = 1,40$  bei Randstützen
  - $\beta = 1,50$  bei Eckstützen
  - $\beta = 1,20$  bei Wanddecken<sup>1)</sup>
  - $\beta = 1,35$  bei Wandenden<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> nach NA zu DIN EN 1992-1-1.

### Platten ohne Durchstanzbewehrung

Für Normalbeton erhält man den Bemessungswiderstand  $v_{Rd,c}$  zu (s. DIN EN 1992-1-1, 6.4.4):

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100\rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \geq (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \quad (11)$$

Hierin sind

$C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c$  bei Flachdecken  
(i. Allg., Sonderfälle s. Norm; Fundamente s. Abschn. 4.2)

$$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2 \quad (\text{mit } d \text{ in mm})$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} \leq 0,02 \leq 0,50 \cdot f_{cd}/f_{yd}$$

$\rho_{lx}, \rho_{ly}$  Bewehrungsgrad in x- und y-Richtung  
 $\sigma_{cp} = (\sigma_{cp,x} + \sigma_{cp,y}) / 2$   
Betonnormalspannung innerhalb des kritischen Rundschnitts (als Druckkraft positiv)

Wenn die Tragfähigkeit  $v_{Rd,c}$  überschritten wird, ist der Nachweis der max. Tragfähigkeit  $v_{Rd,max}$  erforderlich und eine Durchstanzbewehrung anzudnen.

### 4.2 Durchstanznachweis bei Fundamenten ohne Durchstanzbewehrung

Bei Fundamenten sind wegen örtlich hoher Pressungen auch Nachweisschnitte im Abstand  $< 2d$  zu führen. Die Querkraft  $V_{Ed}$  gemäß Gl. 10 darf um die günstige Wirkung der Bodenpressungen innerhalb der kritischen Fläche  $A_{crit}$  abgemindert werden.

$$V_{Ed,red} = V_{Ed} - \Delta V_{Ed} \quad (12)$$

mit  $\Delta V_{Ed}$  als resultierender Bodendruck (ohne Fundamenteigenlast) innerhalb der betrachteten kritischen Fläche  $A_{crit}$ .

Die aufnehmbare Querkraft  $v_{Rd,ct}$  ohne Anordnung einer Durchstanzbewehrung ist für  $\sigma_{cd} = 0$  gegeben durch

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100\rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot (2d/a_{crit}) \geq v_{min} \cdot (2d/a_{crit}) \quad (13)$$

Der Durchstanzwiderstand gemäß Gl. (11) wird also im Verhältnis der geänderten Abstände der jeweiligen Nachweisschnitte erhöht.

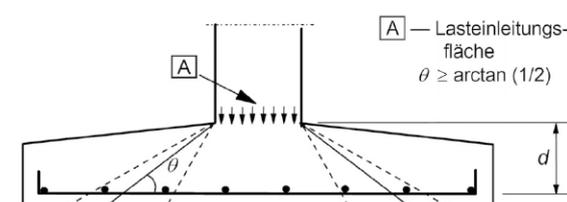


Bild 10: Bemessungsmodell für Fundamente

Für den Faktor  $C_{Rd,c}$  wird in DIN EN 1992-1-1 bei Fundamenten derselbe Wert wie für Flachdecken angesetzt (s. Gl. (11)). Wie jedoch aus Untersuchungen in [7] (vgl. a. [8]) hervorgeht, wird damit nicht das erforderliche Zuverlässigkeitsniveau erreicht. Im nationalen Anhang zum Eurocode 2 (E DIN EN 1992-1-1/NA:2008-08; z. Zt. Entwurf) wird daher für Deutschland der Bemessungsvorschlag aus [7] für Einzelfundamente mit  $a \leq 3d$  aufgenommen

$$C_{Rd,c} = (0,12/\gamma_c) \cdot (a_{crit}/d)^{0,4*} \quad (13a)$$

mit  $\lambda = a_{crit}/d$  als Fundamentschlankheit.

Es ist zu beachten, dass die Fundamentschlankheit bereits in Gl. (13) eingeht, dort allerdings als reziproker Wert.

Der Abstand  $a_{crit}$  bzw. der maßgebende Rundschnitt  $u_{crit}$  und die zugehörige Fläche  $A_{crit}$  wird iterativ gefunden. Es muss der ungünstigste Schnitt im Definitionsbereich gefunden werden, der durch das minimale Verhältnis von Widerstand  $v_{Rd,c}$  zu Einwirkung  $v_{Ed}$  definiert ist (Werte  $v_{Rd,c}/v_{Ed} < 1$  sind dabei ausgeschlossen bzw. erfordern eine Durchstanzbewehrung).

### 4.3 Beispiel

Für das Fundament nach Abschn. 3.3 wird der Nachweis nach EC 2 geführt. Die Angaben werden unverändert von Abschn. 3.3 übernommen, nachfolgend wird nur der Durchstanznachweis gezeigt.

#### Nachweis gegen Durchstanzen

Es ist zunächst festzustellen, ob es sich um ein gedrungenes oder schlankes Fundament handelt.

$$\lambda = a_\lambda/d = 1,05/0,53 = 1,98 < 2,0$$

d. h. das Fundament ist gedrungen.

Die Bemessungsquerkraft wird auf den kritischen Rundschnitt  $u_{crit}$  bezogen; der Rundschnitt wird iterativ bestimmt. Die Querkraft  $V_{Ed}$  darf um die günstige Wirkung aus den Bodenpressungen innerhalb der kritischen Fläche  $A_{crit}$  abgemindert werden.

$$V_{Ed,red} = V_{Ed} - \Delta V_{Ed}$$

$$\Delta V_{Ed} = \sigma_0 \cdot A_{crit}$$

$$\sigma_0 = 2,165 / (2,4 \cdot 2,4) = 0,376 \text{ MN/m}^2$$

$$A_{crit} = (c_x \cdot c_y) + 4 \cdot c_x \cdot a_{crit} + \pi \cdot a_{crit}^2$$

$$V_{Ed,red} = V_{Ed} - \sigma_0 \cdot (c_x \cdot c_y + 4 \cdot c_x \cdot a_{crit} + \pi \cdot a_{crit}^2)$$

<sup>\*)</sup> Gegenwärtig ist in Diskussion, in Gl. (13a) vereinfachend  $C_{Rd,c} = 0,15/\gamma_c$  zu setzen; der kritische Schnitt ist dann für  $a \leq 2d$  iterativ zu bestimmen (s. Beispiel), für  $a > 2d$  wird er im Abstand  $a = d$  festgelegt.

Vorhandene Querkraft (Einwirkung) im kritischen Rundschnitt

$$v_{Ed} = \beta \cdot V_{Ed,red} / (u \cdot d)$$

$$\beta = 1,10$$

$$d = 0,53 \text{ m}$$

$$u = u_{crit} = 2 \cdot (c_x + c_y) + 2 \cdot \pi \cdot a_{crit}$$

Aufnehmbare Querkraft (Widerstand)  $v_{Rd,ct}$  ohne Anordnung einer Durchstanzbewehrung

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100\rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot (2d/a_{crit})$$

$$\geq v_{min} \cdot (2d/a_{crit}) \quad (\text{für } \sigma_{cd} = 0)$$

Ein Überschlag zeigt im vorliegenden Fall, dass der Mindestwert  $v_{min}$  maßgebend wird. Der weitere Rechengang kann daher vereinfacht werden.

$$\begin{aligned} v_{min} &= (0,0525/\gamma_c) \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{0,5} \\ &= (0,0525/1,5) \cdot 1,61^{3/2} \cdot 30^{0,5} \\ &= 0,392 \text{ MN/m}^2 \end{aligned}$$

$$v_{Rd,c} = 0,392 \cdot (2 \cdot 0,53/a_{crit}) = 0,416/a_{crit}$$

#### Nachweis

Der Nachweis wird iterativ geführt; es wird jeweils  $a_{crit}$  vorgegeben, so dass  $v_{Ed}$  und  $v_{Rd,c}$  bestimmt werden kann.

$$a_{crit} = 0,70d = 0,371 \text{ m:}$$

$$\begin{aligned} v_{Ed} &= 1,059 \text{ MN/m}^2 \\ v_{Rd,c} &= 1,121 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad v_{Rd,c}/v_{Ed} = 1,059$$

$$a_{crit} = 0,75d = 0,398 \text{ m:}$$

$$\begin{aligned} v_{Ed} &= 0,991 \text{ MN/m}^2 \\ v_{Rd,c} &= 1,047 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad v_{Rd,c}/v_{Ed} = 1,056$$

$$a_{crit} = 0,80d = 0,424 \text{ m:}$$

$$\begin{aligned} v_{Ed} &= 0,928 \text{ MN/m}^2 \\ v_{Rd,c} &= 0,981 \text{ MN/m}^2 \end{aligned} \quad v_{Rd,c}/v_{Ed} = 1,057$$

Maßgebend ist somit der Nachweis im Schnitt  $a_{crit} = 0,75d \approx 0,40 \text{ m}$ . In diesem Schnitt ist:

$$v_{Ed} = 0,991 \text{ MN/m}^2 < v_{Rd,c} = 1,047 \text{ MN/m}^2$$

bzw. je lfdm Umfang

$$v_{Ed} = 0,492 \text{ MN/m} < v_{Rd,c} = 0,555 \text{ MN/m}$$

Der Nachweis ist somit erfüllt.

Prof. Dr.-Ing. Alfons Goris

Universität Siegen

Fachbereich Bauingenieurwesen

LS Massivbau

Paul-Bonatz-Str. 9-11, 57068 Siegen

## Normen und Literatur:

### Normen

DIN 1045-1. Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion. 2001 (mit Berichtigung 1: 2002-07 und Berichtigung 2: 2005-06)

DIN 1045-1. Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion. 2008-08

DIN EN 1992-1-1. Eurocode 2, Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. 2005-10

w.v.: Berichtigung 1: 2010-01

E DIN EN 1992-1-1/NA. Nationaler Anhang – Eurocode 2, Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 1-1: Allg. Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Entwurf 2008-09

### Literatur

- [1] Leonhardt / Mönning: Vorlesungen über Massivbau; Teil 3: Grundlagen zum Bewehren im Stahlbetonbau. Springer-Verlag, Berlin
- [2] Hegger/Ricker/Ulke/Ziegler: Untersuchungen zum Durchstanzverhalten von Stahlbetonfundamenten. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 4, 2006
- [3] Fingerloos / Litzner: Erläuterungen zur praktischen Anwendung der neuen DIN 1045-1, Beton-Kalender 2005, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- [4] Normenausschuss Bauwesen (NABau): Auslegungen zu DIN 1045-1
- [5] Grasser / Thielen: Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderungen von Stahlbetontragwerken nach DIN 1045; DAfStb-Heft 240. 3. Auflage 1991; Beuth-Verlag, Berlin.
- [6] Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 525: Erläuterungen zu DIN 1045-1. 2003-09. Beuth Verlag, Berlin.  
w. v.: Berichtigung 1: 2005-05
- [7] Ricker, M.: Zur Zuverlässigkeit der Bemessung gegen Durchstanzen bei Einzelfundamenten. Dissertation. Institut für Massivbau, RWTH Aachen 2009
- [8] Hegger / Ricker / Häusler: Zur Durchstanzbemessung von ausmittig beanspruchten Stützenknoten und Einzelfundamenten nach Eurocode 2. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 11, 2008
- [9] Goris, A.: Bemessen von Stahlbetonbauteilen. In: Goris/Hegger(Hrsg.), Stahlbetonbau aktuell, Jahrbuch 2010. Bauwerk Verlag, Berlin
- [10] Goris, A.: Stahlbetonbau-Praxis nach DIN 1045 neu. Band 1: Grundlagen, Bemessung, Beispiele; 3. Auflage 2008, Bauwerk Verlag, Berlin
- [11] Goris, A.: Stahlbetonbau-Praxis nach DIN 1045 neu. Band 2: Bewehrung, Konstruktion, Beispiele; 3. Auflage 2008, Bauwerk Verlag, Berlin
- [12] Schmitz, P. U / Goris, A.: DIN 1045-1 digital. 3. Auflage, 2009, Werner Verlag, Köln
- [13] Schneider, Bautabellen für Ingenieure (Hrsg.: Goris, A.). 18. Aufl., 2008, Werner Verlag, Köln

# Die Basis für Herausragendes



Schneider  
**Bautabellen für Ingenieure**  
mit Berechnungshinweisen und Beispielen  
18. Auflage  
Werner Verlag

Schneider  
**Bautabellen für Architekten**  
mit Entwurfshinweisen und Beispielen  
18. Auflage  
Werner Verlag

Schneider  
**Bautabellen für Ingenieure**  
mit Berechnungshinweisen und Beispielen  
herausgegeben von  
Prof. Dr.-Ing. Alfons Goris  
18., neu bearbeitete und erweiterte Auflage 2008, 1.536 Seiten, gebunden, inkl. CD-ROM  
€ 49,-  
**ISBN 978-3-8041-5236-6**

Schneider  
**Bautabellen für Architekten**  
mit Entwurfshinweisen und Beispielen  
herausgegeben von  
Prof. Dr.-Ing. Alfons Goris  
18., neu bearbeitete und erweiterte Auflage 2008, 1.280 Seiten, gebunden  
€ 42,-  
**ISBN 978-3-8041-5237-3**

Schneider Bautabellen – seit über 30 Jahren das Standardwerk für jeden Bauingenieur und Architekten. Bereits berücksichtigt sind DIN 1045:2008, DIN 1052:2008, DIN 18800:2008 u.a.  
Weitere Informationen unter [www.schneider-bautabellen.de](http://www.schneider-bautabellen.de)



Goris/Schmitz  
**DIN 1045 digital Version 3.0,**  
**Normentext, interaktive Bemessungshilfen, Beispiele**  
CD-ROM mit Buch  
€ 89,-  
**ISBN 978-3-8041-5233-5**

Die CD-ROM enthält u.a. die aktuellen Betonbau-Normen und interaktive Bemessungshilfen. Das Buch bietet zusätzlich die Berechnung einer komplexen Hochbaukonstruktion sowie den Normentext 1045-1:2008.

Zu beziehen über Ihre Buchhandlung oder direkt beim Verlag.



## Werner Verlag

eine Marke von Wolters Kluwer Deutschland

Wolters Kluwer Deutschland GmbH • Postfach 2352 • 56513 Neuwied  
Telefon 02631 801 2222 • Telefax 02631 801 2223  
[www.wolterskluwer.de](http://www.wolterskluwer.de) • [info@wolterskluwer.de](mailto:info@wolterskluwer.de)