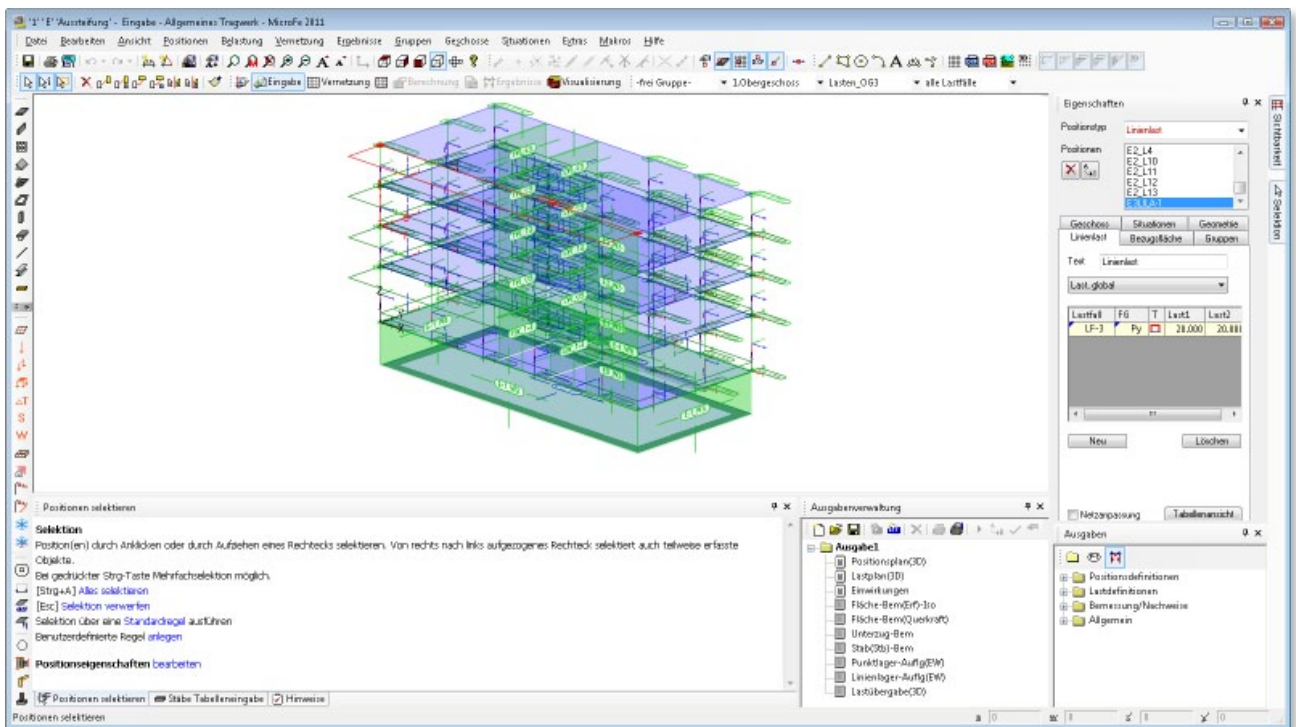


Dipl.-Ing. Sascha Heuß

# Aussteifung unregelmäßiger Tragwerke

## Räumliche Berechnungen nach Theorie I. und II. Ordnung mit MicroFe

Jedem Tragwerksplaner ist während seiner Ausbildung der Idealfall einer „guten Gebäudeaussteifung“ nähergebracht worden. Diese zeichnet sich durch ungeschwächt durchlaufende Aussteifungselemente von der Gründung bis in das oberste Geschoss aus, die so angeordnet sind, dass Schubmittelpunkt und Schwerpunkt des Gebäudes zusammenfallen. Leider weichen die tatsächlich ausgeführten Konstruktionen hiervon mehr oder weniger stark ab. Für solche Fälle steht mit MicroFe ein praxistaugliches Werkzeug zur Verfügung, mit dem von der Lastverteilung bis zur Bemessung alle Berechnungsschritte in einem Rechengang durchlaufen werden.



## Grundlagen

### Allgemeines

In DIN 1045-1, 8.6.2(1) [1] werden Tragwerke in die Kategorien „verschieblich“ und „unverschieblich“ eingeteilt. Hiervon hängt ab, ob die Auswirkungen nach Theorie II. Ordnung berücksichtigt werden müssen oder nicht.

Es darf immer dann nach Theorie I. Ordnung gerechnet werden, wenn die Bauteilverformungen die Tragfähigkeit um weniger als 10% verringern. Diese Bedingung darf als erfüllt betrachtet werden, wenn die Seiten- und Verdrehsteifigkeiten nach DIN 1045-1, 8.6.2 (5) [1] ausreichend groß sind.

**Seitensteifigkeit (früher Labilitätszahl)**

Unter der Voraussetzung, dass die lotrechten aussteifenden Bauteile annähernd symmetrisch angeordnet sind (Schubmittelpunkt ≈ Schwerpunkt) und nur kleine Verdrehungen um die Bauwerksachse zulassen (Wände liegen weit vom Schubmittelpunkt entfernt), muss folgende Gleichung erfüllt sein:

$$\frac{1}{h_{ges}} \cdot \sqrt{\frac{E_{cm} \cdot I_c}{F_{Ed}}} \geq \begin{cases} 0,2 + 0,1m & \text{für } m \leq 3 \\ \frac{1}{0,6} & \text{für } m > 3 \end{cases}$$

mit

- $h_{ges}$  Gesamthöhe des Tragwerks ab Einspannebene
- $E_{cm} I_c$  Summe der Nennbiegesteifigkeiten aller lotrechten aussteifenden Bauteile
- $F_{Ed}$  Summe der Bemessungswerte der Vertikallasten mit  $\gamma_F = 1,0$
- $m$  Anzahl der Geschosse

Aus der Gleichung geht hervor, dass von einer über alle Geschosse konstanten Biegesteifigkeit ausgegangen wird. Ist dies nicht der Fall, so darf mit einer Ersatzbiegesteifigkeit gerechnet werden. Üblicherweise berechnet man dazu die Kopfverformung eines Kragarms mit geschossweise konstanten Biegesteifigkeiten unter horizontaler Einheitsgleichlast. Aus der Kopfverformung lässt sich dann die Ersatzbiegesteifigkeit mit folgender elementaren Beziehung herleiten:

$$f = \frac{q \cdot h_{ges}^4}{8 \cdot EI} \rightarrow EI = \frac{q \cdot h_{ges}^4}{8 \cdot f}$$

mit

- $f$  Kopfverformung
- $h_{ges}$  Kragarmlänge

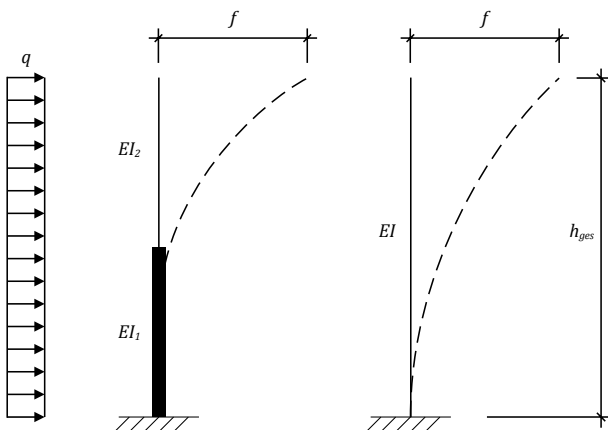


Bild 1. Ermittlung der Ersatzbiegesteifigkeit

Bei der Berechnung der Nennbiegesteifigkeiten wird von ungerissenen Querschnitten ausgegangen. Daher dürfen die Betonzugspannungen im Bauteil im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit die mittlere Betonzugfestigkeit  $f_{ctm}$  nicht überschreiten. Im Falle einer Überschreitung gibt es dann folgende Optionen:

- Betonfestigkeitsklasse erhöhen
- Wand verlängern oder Wandstärke vergrößern

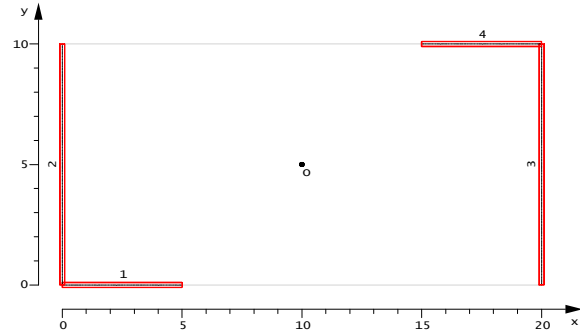


Bild 2. Schwerpunkt und Schubmittelpunkt stimmen überein

**Rotationssteifigkeit**

Sofern mit Torsionsbelastungen zu rechnen ist, d.h. Schwerpunkt und Schubmittelpunkt stimmen nicht überein, ist zusätzlich die ausreichende Rotationssteifigkeit des Bauwerks nachzuweisen.

$$\frac{1}{h_{ges}} \cdot \sqrt{\frac{E_{cm} \cdot I_{\omega}}{\sum_j F_{Ed,j} \cdot r_j^2}} + \frac{1}{2,28} \cdot \sqrt{\frac{G_{cm} \cdot I_T}{\sum_j F_{Ed,j} \cdot r_j^2}} \geq \begin{cases} 0,2 + 0,1m & \text{für } m \leq 3 \\ \frac{1}{0,6} & \text{für } m > 3 \end{cases}$$

mit

- $E_{cm} I_{\omega}$  Summe der Nennwölbesteifigkeiten
- $G_{cm} I_T$  Summe der St. Venant'schen Torsionssteifigkeiten

Auch hier wird wie in der Gleichung für die Seitensteifigkeit von über die Gebäudehöhe konstanten Steifigkeiten ausgegangen. Die Ermittlung einer Ersatzsteifigkeit für veränderliche Aussteifungselemente gestaltet sich im Vergleich zur Seitensteifigkeit schwieriger, da sich nicht nur die Steifigkeiten, sondern auch die Lage der Schubmittelpunkte über die Höhe des Gebäudes ändern.

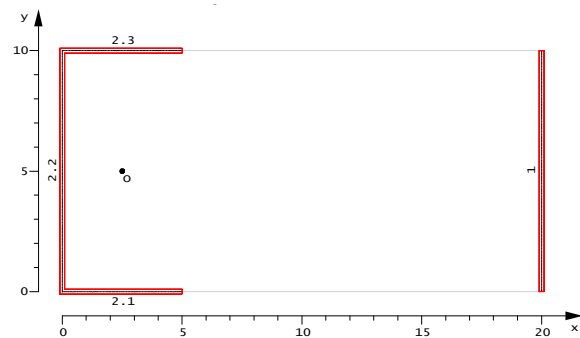


Bild 3. Schwerpunkt und Schubmittelpunkt weichen voneinander ab

**Folgerungen für die Praxis**

Geht man streng nach Norm vor, so ist unter folgenden Voraussetzungen eine Berechnung nach Theorie I. Ordnung zulässig:

- Schubmittelpunkt und Schwerpunkt fallen annähernd zusammen, die Steifigkeiten dürfen sich dabei über die Bauwerkshöhe ändern. Die Labilitätszahl ist eingehalten.

oder

- Schubmittelpunkt und Schwerpunkt fallen nicht zusammen. Labilitätszahl und Rotationssteifigkeit sind eingehalten. Die Steifigkeiten über die Bauwerkshöhe sind konstant.

In jedem Fall ist nachzuweisen, dass die Betonzugspannungen unter Gebrauchslasten den Mittelwert der Betonzugfestigkeit nicht erreichen, d.h. der Querschnitt im Zustand I verbleibt.

Für alle anderen Fälle ist eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung erforderlich.

### Lastverteilung nach Theorie I. Ordnung

#### Gekoppelte Kragarme

Das Zusammenwirken der Aussteifungselemente kann mit unterschiedlichen Statischen Systemen abgebildet werden. Dabei hat sich bewährt, die Aussteifungselemente (Wände, Kerne etc...) als in die Gründung eingespannte Kragarme aufzufassen, die durch die Decken miteinander gekoppelt sind. Die Decken werden hierbei als unendlich dehnsteif angenommen, die Biegesteifigkeit ist Null. Solange die Steifigkeiten in den einzelnen Geschossen nahezu konstant sind und die Gründungselemente von der Bodenplatte bis zur Dachhaut durchlaufen, können die Lastanteile auf die einzelnen vertikalen Aussteifungselemente im Verhältnis der Einzelsteifigkeiten unter Berücksichtigung des Torsionsanteils erfolgen. Dieses Berechnungsmodell ist im Baustatik-Modul S441 hinterlegt. Es sollte dann verwendet werden, wenn Labilitätszahl und Rotationssteifigkeit nachweisbar sind.

#### Finite-Elemente-Berechnung

Setzt man Finite-Elemente für die Aussteifungsberechnung ein, so sind die Vereinfachungen und Einschränkungen, die sich aus dem Modell der gekoppelten Kragarme ergeben, nicht erforderlich. Das Gebäude wird in seiner Gesamtheit mit den tatsächlich vorhandenen Steifigkeiten abgebildet. Damit beteiligen sich auch die Decken über ihre Biegesteifigkeit an der Lastverteilung, wodurch ermöglicht wird, auch Wände, die auf Decken enden, mit in die Aussteifungsuntersuchungen einzubeziehen. Auch die Kombination unterschiedlicher Aussteifungselemente wie Rahmen, Verbände, Wände mit Öffnungen usw. bereitet hierbei keinerlei Schwierigkeiten.

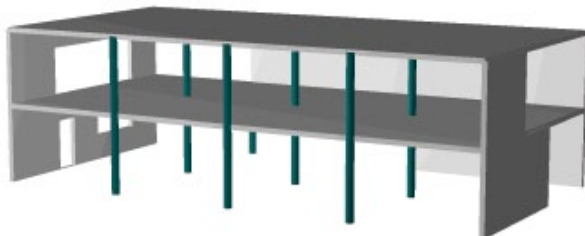


Bild 4. Gute, jedoch unregelmäßige Aussteifung

In diesem Zusammenhang stellt sich zwangsläufig die Frage, ob eine Berechnung nach Theorie I. Ordnung mit Finiten Elementen überhaupt sinnvoll ist, wenn das System komplett eingegeben auch für eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung bereitsteht. Diese Frage kann eindeutig mit „Ja“ beantwortet werden. Die bekannte Schwierigkeit von Berechnungen nach Theorie II. Ordnung ist die Ungültigkeit des Superpositionsprinzips. Daher kann eine solche Be-

rechnung nur mit vorab kombinierten Belastungen durchgeführt werden. Die Schwierigkeit besteht bei komplexen Systemen zum einen in der Festlegung der „maßgebenden Kombination“, die theoretisch für jedes Bauteil eine andere sein kann, zum andern in dem durch die Iterationen bedingten höheren Rechenaufwand.

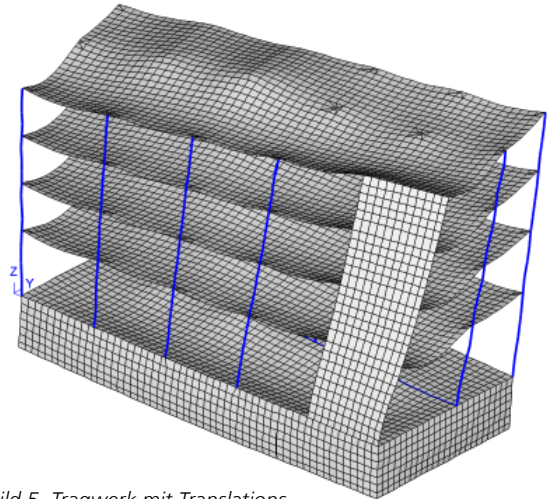


Bild 5. Tragwerk mit Translations- und Rotationsverformungen

#### Fazit

Eine vollständige Aussteifungsberechnung nach Theorie I. Ordnung beinhaltet neben der Lastverteilung auch den Nachweis der Unverschieblichkeit des Systems.

Sofern es möglich ist, die Unverschieblichkeit durch die Seitensteifigkeit und Rotationssteifigkeit nachzuweisen, können Berechnungen nach Theorie I. Ordnung durchgeführt werden. In allen anderen Fällen ist eine Berechnung nach Theorie II. Ordnung erforderlich.

### Lastverteilung nach Theorie II. Ordnung

Für Aussteifungsberechnungen nach Theorie II. Ordnung gibt es kaum Alternativen zur Berechnung mit Finiten Elementen.

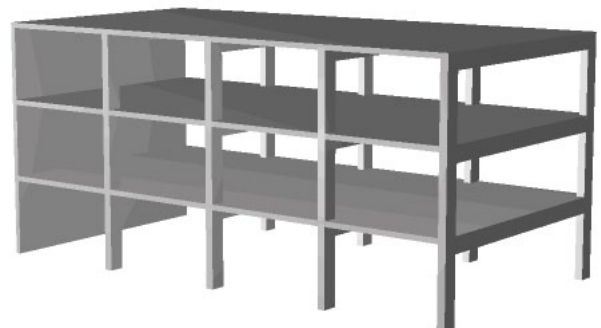


Bild 6. Weiches Aussteifungssystem mit Rahmen

Der Aufwand ist für den Anwender nur minimal höher als bei Berechnungen nach Theorie I. Ordnung und unterscheidet sich nur in den Vorgaben zur Kombinatorik. Während es bei Berechnungen nach Theorie I. Ordnung ausreichend ist, die Lastfälle den entsprechenden Einwirkungen zuzuordnen, um dann mittels automatisierter Kombinatorik

rik die maßgebende Kombination zu finden, müssen bei Berechnungen nach Theorie II. Ordnung die maßgebenden Kombinationen vorgegeben werden. Sofern diese nicht offensichtlich sind und von vornherein angegeben werden können, empfiehlt es sich, zunächst eine Bemessung nach Theorie I. Ordnung durchzuführen, um Hinweise auf die potentiell maßgebenden Kombinationen zu sammeln. Die hierbei gefundenen Kombinationen lassen sich dann für die Berechnungen nach Theorie II. Ordnung per Mausklick übernehmen.

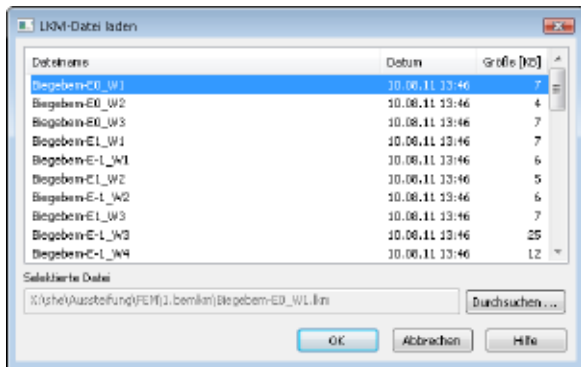


Bild 7. Übernahme der Kombinationen aus der Berechnung Theorie I. Ordnung

Diese Kombinationen sind zwar nicht zwangsläufig für Berechnungen nach Theorie II. Ordnung maßgebend und bedürfen daher immer der Plausibilitätskontrolle durch den Tragwerksplaner. Im Regelfall werden aber die maßgebenden Kombinationen nach Theorie I. Ordnung und Theorie II. Ordnung übereinstimmen. Es sei darauf hingewiesen, dass auch bei der Berechnung nach Theorie II. Ordnung die Bauteilsteifigkeiten am ungerissenen Querschnitt ermittelt werden. Damit von dieser Voraussetzung ausgegangen werden kann, sollte auch hier überprüft werden, dass die Betonzugspannungen unter Gebrauchslasten die mittlere Betonzugfestigkeit nicht überschreiten.

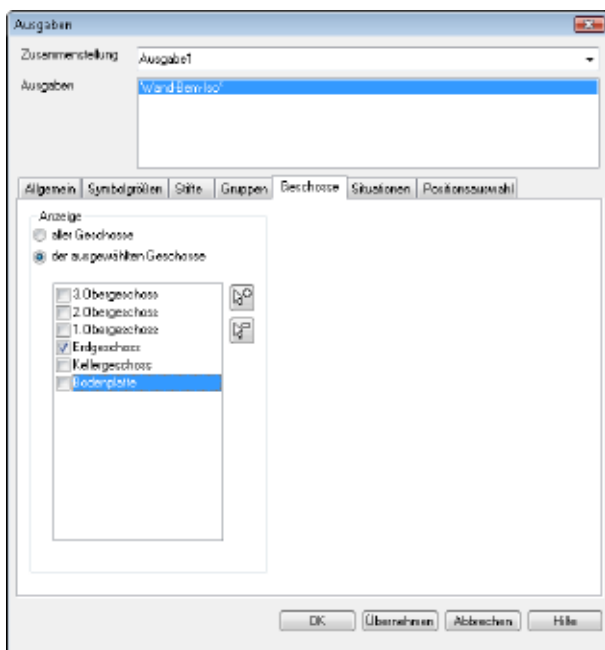


Bild 8. Einschränkung der Ausgabe auf die Wände im EG

## Bemessung der Bauteile

Die Bemessung der an der Aussteifung beteiligten Bauteile erfolgt weitestgehend automatisch. Material, Querschnittswerte und Vorgaben zur Bewehrungsführung werden in den Eigenschaften der Positionen festgelegt. Nachdem das System nach Theorie I. oder II. Ordnung berechnet wurde, wird eine Bemessung gestartet, indem die entsprechende Ausgabe in der Ausgabenverwaltung per Doppelklick ausgewählt wird.

Dabei ist es durchaus möglich und sinnvoll, die Ausgabe auf bemessungsmaßgebende Bauteile einzuschränken. So werden beispielsweise Wände in vielen Fällen über mehrere Stockwerke gleich ausgeführt. Dafür ist es ausreichend, die Bemessung des untersten Stockwerks auszugeben. Dies geschieht, indem zunächst per Drag & Drop das entsprechende Ausgabedokument in die Ausgabenverwaltung gezogen wird. Dort können über das Kontextmenü die Eigenschaften der Ausgabe angepasst werden. Es können z.B. bestimmte Positionen, Stockwerke, Situationen, Gruppen etc. ausgewählt werden. Die Übersichtlichkeit der Ausgabe wird verbessert und nebenbei Papier und Rechenzeit gespart.

Dipl.-Ing. Sascha Heuß  
mb AEC Software GmbH  
mb-news@mbaec.de

## Literatur

- [1] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton – Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Ausgabe August 2008.
- [2] DIN 1055-100: Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln. Ausgabe März 2001.
- [3] DAfStb: Heft 525, Erläuterungen zur DIN 1045-1. 2. überarbeitete Auflage, Ausgabe 2010.

## mbAEC Aktuelle Angebote

**MicroFe 2011 comfort** **3.990,- EUR**  
MicroFe-Paket „Platte + räumliche Systeme“

**PlaTo 2011** **1.490,- EUR**  
MicroFe-Paket „Platten“

**S441 Aussteifungssystem mit Windlastverteilung** **190,- EUR**  
Leistungsbeschreibung siehe [www.mbaec.de](http://www.mbaec.de)

Es gelten unsere Allg. Geschäftsbedingungen. Änderungen und Irrtümer vorbehalten.  
Alle Preise zzgl. Versandkosten (7,50 EUR) und ges. MwSt. Hardlock für Einzelplatzlizenz, je Arbeitsplatz erforderlich (95,- EUR), Handbücher auf DVD. Betriebssystem Windows XP (32) / Windows Vista (32/64) / Windows 7 (32/64) – Stand: September 2011

Preisliste siehe [www.mbaec.de](http://www.mbaec.de)