

Thema: Biegedrillknicken mit seitlicher Verformungsbehinderung

DIN 18800 ermöglicht es, konstruktive Gegebenheiten im Tragsicherheitsnachweis zu berücksichtigen, die die Biegedrillknickverformung erschweren bzw. ausschließen. EuroSta unterstützt die Ausnutzung solcher Tragreserven. Oft werden biegedrillknickgefährdete Träger durch lasteinleitende Bauteile federelastisch gestützt. Häufig kann dann ein umfassender Nachweis entfallen. Für einachsige Biegung ohne Normalkraft sind in DIN 18800/ Teil 2, Abschn. 3.3 folgende Nachweise zugelassen:

1. Vereinfachter Nachweis, dazu ein Vergleich mit Biegedrillknicknachweis nach Gl.16
2. Behinderung der Verdrehung durch Nachweis ausreichender Drehbettung (EI.309, Gl. 8)

1. Vereinfachter Nachweis

Biegedrillknicken (**BDK**) eines I-Trägers kann als seitliches Ausweichen des Druckgurtes gedeutet werden.

Gedanklich wird der Druckgurt vom Rest des Trägers getrennt und für diesen „fiktiven“ Druckstab ein Nachweis nach DIN T2, Abschn. 3.2.1 geführt.

1.1. Nachweis der Schlankheit (EI. 310, Gl. 12)

Eine genauere BDK- Untersuchung ist nicht erforderlich, wenn erfüllt ist:

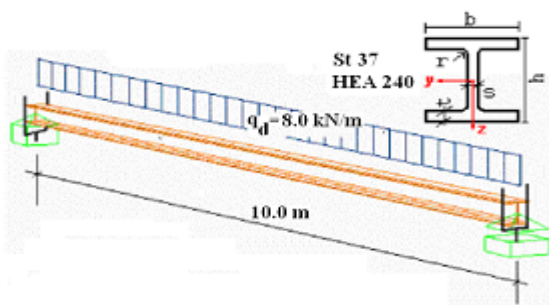
$$\bar{\lambda}_{z,g} = c * k_c / (i_{z,g} * \lambda_a) \leq 0.5 * M_{pl,y,d} / M_y$$

u.a. mit

c Abstand seitlicher unverschieblicher Stützung

k_c Beiwert für Verlauf der Druckkraft im Druckgurt nach (DIN T2, Tab. 8)

Beispiel



Handrechnung

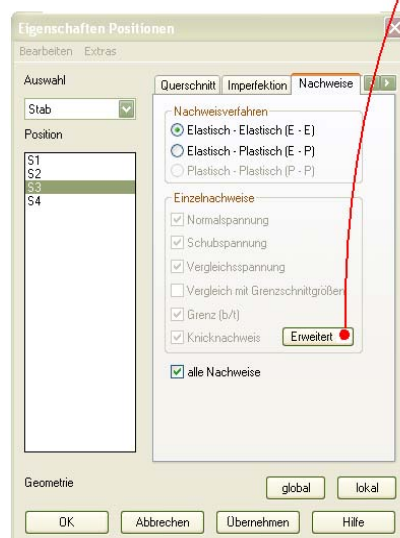

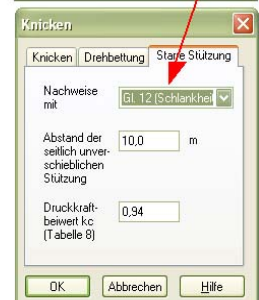
Nachweis nach Gl. 12:

$$\bar{\lambda}_{z,g} = c * k_c / (i_{z,g} * \lambda_a) = 1000 * 0.94 / (6.61 * 92.9) = 1.53$$

$$\text{Grenzbedingung: } 0.5 * M_{pl,y,d} / M_y = 0.5 * 162.33 / 100 = 0.81$$

Wegen $1.53 / 0.81 = 1.89$ ist zunächst der Nachweis nach 1.2 zu führen !

Eingabedialog der Verdrehungsbehinderung durch seitlich starre Stützung, Nachweis mit Gl. 12

Ergebnis mit EuroSta

Knicknachweis										
Stab	c_Aq [kNm/m]	I_a [cm4]	a [m]	k_f []	k_th []	st_c [m]	kc []			
S3	0.00	0.0	0.00	0	0.00	10.00	0.94			
Stab	r [m]	Nr [kN]	Ms [kNm]	Mt [kNm]	kaps []	kapt []	kapm (lamq)	relKn [%]	Gn	Lkn
S3	HEA 240									
p1R,d	1675.64		76.73	162.33						
5.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	1.54	189.3	12	1*	
Maßgebender Nachweis - DIN 18800, Teil 2, Gleichung :										
Gn = 12 Einachsige Biegung ohne N (Schlankheit lamq Druckgurt)										
p1R,d Schnittgrößen im vollplastischen Zustand										
* Zulässige Grenzwerte überschritten										

1.2. Vereinfachter Nachweis des fiktiven Druckstabes (EI. 310, Gl. 14)

Falls Nachweis nach 1.1 nicht erfüllt ist, darf folgender Nachweis geführt werden:

$$0.843 * M_V / (\kappa * M_{pl,V,d}) \leq 1.0 \quad \text{oder} \quad M_V \leq \kappa * M_{pl,V,d} / 0.843 = 1.19 * \kappa * M_{pl,V,d}$$

- κ Abminderungsfaktor für das Knicken des „Druckgurtes“, ermittelt für $\lambda_{z,g}$ aus Knickspannungslinie „c“ (im Sonderfall KSL „d“)
- 1.19 Faktor zur Berücksichtigung der vernachlässigten St.Venant'schen Torsionssteifigkeit

Fortsetzung Beispieltabelle

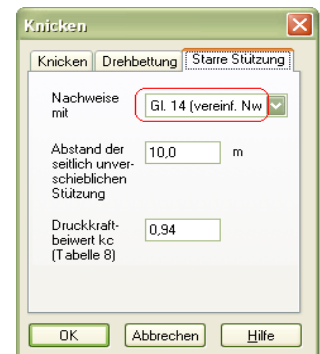
Dialog wie unter 1.1, nur Änderung im Registerblatt „Starre Stützung“:

Handrechnung

mit Gl. 14 (κ abgelesen):

$$0.843 * 100.0 / (0.30 * 162.33) = 1.73 > 1.0 !$$

Nachweis nicht erfüllt, genauere Untersuchung erforderlich !



Ergebnis mit EuroSta

Stab	c_Aq [kNm/m]	I_a [cm4]	a [m]	k_f []	k_th []	st_c [m]	kc []			
S2	0.00	0.0	0.00	0	0.00	10.00	0.94			
st_c, kc Abstand seitl. Stützung; Druckkraftbeiwert (Tab. 8)										
Knicknachweis										
Stab	r [m]	Nr [kN]	Ms [kNm]	Mt [kNm]	kaps []	kapt []	kapm (lamq)	relKn [%]	Gn	Lkn
S2	HEA 240									
p1R,d	1675.64		76.73	162.33						
5.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.30	171.4	14	1*	
Maßgebender Nachweis - DIN 18800, Teil 2, Gleichung :										
Gn = 14 Einachsige Biegung ohne N (Knicken Druckgurt)										
p1R,d Schnittgrößen im vollplastischen Zustand										
* Zulässige Grenzwerte überschritten										

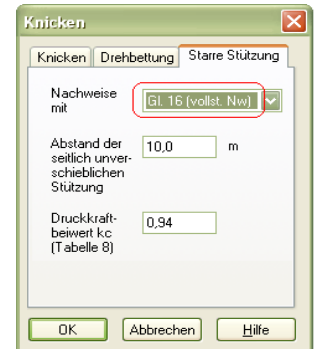
1.3. Genauerer Nachweis zum Vergleich mit (El. 310, Gl. 16)

$$M_{y,d} / (\kappa_M * M_{pl,y,d}) \leq 1.0$$

κ_M Abminderungsfaktor für Biegemomente in Abhängigkeit vom bezogenen Schlankheitsgrad λ_M

Fortsetzung Beispielberechnung

Dialog wie unter 1.1, nur Änderung im Registerblatt „Starre Stützung“:



Handrechnung

mit Gl. 16:

$100.0 / (0.652 * 162.33) = 0.945 < 1.00$, Nachweis erfüllt !

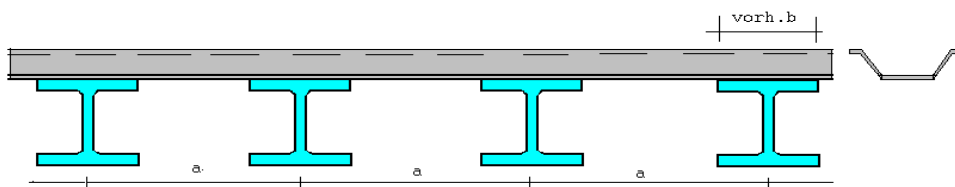
mit $M_{ki,y} = 137.8$ kNm; $\lambda_M = 1.138 \rightarrow \kappa_M = 0.652$.

Ergebnis mit EuroSta

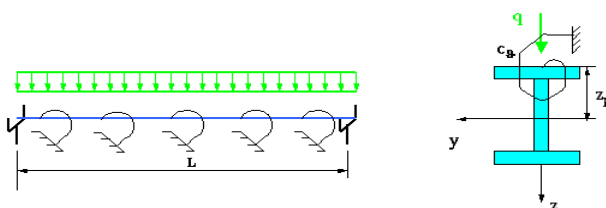
Knicknachweis										
Stab	r	Nr	Ms	Mt	kaps	kapt	kapm	relKn	Gn	Lkn
	[m]	[kN]	[kNm]	[kNm]	[]	[]	(lamq)	[%]		
S1	HEA 240									
	p1R,d	1675.64	76.73	162.33						
	5.00	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.65	94.5	16	1
Maßgebender Nachweis - DIN 18800, Teil 2, Gleichung :										
Gn = 16 Einachsige Biegung ohne N (Biegedrillknicken)										
p1R,d Schnittgrößen im vollplastischen Zustand										

2. Behinderung der Verdrehung durch Nachweis ausreichender Drehbettung (El. 309, Gl. 8)

Tragkonstruktion mit Trapezprofilen:



statisches Modell (Ausschnitt) :



Bei Trägern mit doppelsymmetrischem Querschnitt ist eine ausreichende Drehbettung vorhanden, wenn die Bedingung eingehalten wird, dass die vorhandene Drehsteifigkeit c_θ größer ist als eine Mindeststeifigkeit:

$$c_{\theta, k} \geq M_{pl,k}^2 * k_{\theta} * k_v / (E * I_{z,k}) \quad (Gl. 8)$$

k_v Faktor für Nachweisverfahren: $k_v = 0.35$ Elastisch-Elastisch
 $k_v = 1.00$ Elastisch-Plastisch;

k_{θ} Beiwert zur Erfassung der Momentenfläche und der Drehachse gemäß DIN T2, Tab. 6

Die Gesamtfedersteifigkeit $c_{\theta, k}$ setzt sich aus einem Federmodell mit 3 Federn zusammen:

$c_{\theta M, k}$ Biegesteifigkeitsfeder,

$c_{\theta A, k}$ Profilverformungsfeder,

$c_{\theta P, k}$ Anschlusssteifigkeitsfeder.

$$c_{\theta, k} = 1.0 / (1.0 / c_{\theta M, k} + 1.0 / c_{\theta P, k} + 1.0 / c_{\theta A, k}) \quad (Gl. 9)$$

Beispiel

Der Berechnungsablauf wird an folgendem Beispiel erläutert:

- statisches Modell des Trägers: $L = 6.0$ m; Profil IPE 400, St 37; $q = 39.0$ kN/m; $z_p = -0.2$ m
- Belastung: $q = 39.0$ kN/m; Lastangriffsstelle: OK Obergurt ($z_p = -0.2$ m)
- System in Querrichtung (Tragkonstruktion): $a = 4.55$ m; Trapezblech TS 85, $t_N = 1.0$ mm; nicht als Schubfeld ausgebildet, d.h. freie Drehachse $k_{\theta} = 4.0$; Durchlaufträger ≥ 3 Felder: $k = 4$;
- Annahmen über Trapezblechbefestigung (Tab. 7): Negativlage; Auflast; Schrauben im Obergurt; Schraubenabstand = b_r

Handrechnung

Ermittlung der Mindeststeifigkeit mit $M_{pl,k} = 314$ kNm für IPE 400:

$$M_{pl,k}^2 * k_{\theta} * k_v / (E * I_{z,k}) = 31400^2 * 4.0 * 1.0 / (21000 * 1320) = 142,4 \text{ kNm/m (E-E)}$$

$$= 31400^2 * 4.0 * 0.35 / (21000 * 1320) = 49.8 \text{ kNm/m (E-P)}$$

Ermittlung der vorhandenen Gesamtfedersteifigkeit $c_{\theta, k}$:

1. Drehfeder aus Steifigkeit Trapezblech:

$$c_{\theta M, k} = k * (E * I_a)_k / a = 4.0 * (21000 * 109) / (455 * 100) = 201.2 \text{ kNm/m ; } I_a = I_{eff} \text{ (Tabellewert)}$$

2. Drehfeder aus Anschlusssteifigkeit: Für Trapezbleche Wert $\bar{c}_{\theta A, k} = 10$ kNm/m aus Tab. 7

$$c_{\theta A, k} = \bar{c}_{\theta A, k} * (v_{orh.b} / 100) * 1.25 \text{ für } v_{orh.b} / 100 > 1.25; v_{orh.b} = 180 \text{ mm Gurtbreite}$$

$$c_{\theta A, k} = 10.0 * (180 / 100) * 1.25 = 22.5 \text{ kNm/m für } 180 / 100 > 1.25$$

3. Drehfeder aus Profilverformung des gestützten Trägers (Abmess. in [cm]):

$$c_{\theta P, k} = (1.0 / (h/s^3 + c_1 * b/t^3)) * 0.25 * E / (1 - \mu^2) \text{ für } c_1 \approx 0.5 \text{ für I-Profile}$$

$$c_{\theta P, k} = (1.0 / (40 / 0.86^3 + 0.5 * 18 / 1.35^3)) * 5770 = 86.7 \text{ kNm/m}$$

Gesamtfedersteifigkeit $c_{\theta, k} = 1.0 / (1.0 / 201.2 + 1.0 / 22.5 + 1.0 / 86.7) = 16.4 \text{ kNm/m}$

Nachweis: $16.4 \text{ kNm/m} < 142.4 \text{ kNm/m}$ (E-E) bzw. $16.4 \text{ kNm/m} < 49.8 \text{ kNm/m}$ (E-P)

Der Nachweis ausreichender Drehbettung kann **nicht erfüllt** werden.

Die Drehfeder $c_{\theta, k}$ wird jedoch zur fiktiven Vergrößerung des Torsionsträgheitsmomentes I_T genutzt:

$$I_{T, id} = I_T + c_{\theta, k} * L^2 / (\pi^2 * G) = 51.4 + 16.4 * 600^2 / (3.14^2 * 8100) = 125.2 \text{ cm}^4$$

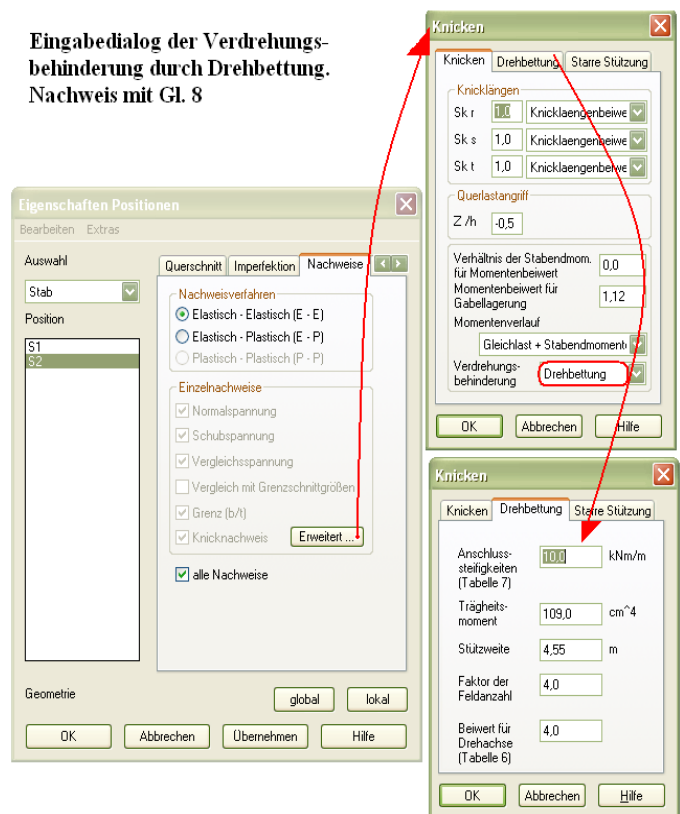
Damit ist ein Biegedrillknickenachweis mit Berücksichtigung der Drehfedersteifigkeit zu führen.

Berechnung mit EuroSta

Bemerkung zu zugehörigen Eingabewerten im Dialog „Drehbettung“:

- Anschlusssteifigkeiten der Tabelle 7 sind charakteristische Werte in [kNm/m], die auf eine Gurtbreite von $b=100 \text{ mm}$ bezogen sind.
- Für das abstützende Bauteil, das Trapezblech TS 85, ist das Trägheitsmoment $I_a = I_{eff}$ in $[\text{cm}^4]$ aus entsprechender Tabelle (DIN 18807) zu entnehmen.
- die Stützweite ist der Systemabstand a der Träger in [m].
- Der Faktor der Feldanzahl ist abhängig von der Feldanzahl (Durchlaufträgerwirkung), im Beispiel $k=4$ für ≥ 3 Felder, sonst $k=2$.
- Der Beiwert der Drehachse ist je nach Lage der Drehachse und dem Momentenfläche gemäß Tabelle 6 zu wählen, im Beispiel gilt freie Verschieblichkeit, damit ist $k_{\theta} = 4.0$.

Eingabedialog der Verdrehungsbehinderung durch Drehbettung. Nachweis mit Gl. 8



Ergebnis mit EuroSta

Die vorhandene Drehbettung (vorh_c) wird bei Berechnung nach Gl. 16 berücksichtigt.

Seitliche Stützung / Bettung von Positionen

Abkürzungen:

c_Aq	charakterist. Wert für Anschlusssteifigkeit	(Tab. 7)
I_a	TrägH.-mom. Ieff des abstütz. Bauteils (Trapezblech)	
a	Stützweite des abstützens Bauteils	
k_f	Faktor für Feldanzahl des abstützens Bauteils	
k_th	Beiwert für freie / gebundene Drehachse	(Tab. 6)
st_c, kc	Abstand seitl. Stützung; Druckkraftbeiwert	(Tab. 8)
vor_c	wirksame vorhandene Drehbettung	(Gl. 9)
erf_c	erforderliche Mindestdrehbettung	(Gl. 8)

Stab	c_Aq	I_a	a	k_f	k_th	st_c	kc
	[kNm/m]	[cm ⁴]	[m]	[]	[]	[m]	[]
S2	10.00	109.0	4.55	4	4.00	0.00	0.00

Knicknachweis

Stab	r	Nr	M _s	M _t	kaps	kapt	kapm	relKn	Gn	Lkn
	[m]	[kN]	[kNm]	[kNm]	[]	[]	(lamq)	[%]		
						(vor_c)	erf_c)			

S2	IPE 400									
p1R,d	1843.64		49.96	285.38						
	3.00	0.00	0.00	175.50	0.00	16.41	0.71	86.9	16b	1

Maßgebender Nachweis - DIN 18800, Teil 2, Gleichung :
Gn = 16b Einachsige Biegung ohne N (Biegedrillkn. m. Bettung vor_c)

p1R,d Schnittgrößen im vollplastischen Zustand

Der Nachweis kann damit erfüllt werden.

Ohne die vorhandene Drehbettung ist die Ausnutzung RelKn = 114 % mit $\kappa_M = 0.54$ unzulässig.